

# Müográfiai direkt probléma modelljének vizsgálata és geofizikai alkalmazása

## Diplomamunka

Stefán Boglárka Abigél  
ELTE Geofizikus MSc

Témavezető:

Dr. Hamar Gergő

HUN-REN Wigner Fiz.Kut. Nagyenergiás Fizikai Osztály

Belső konzulens:

Dr. Balázs László

HUN-REN Wigner Fiz.Kut. Nagyenergiás Fizikai Osztály

ELTE Geofizikai és Űrtudományi Tanszék

2024.05.20.

HUN  
REN

Wigner



**REGARD**  
INNOVATIVE GASEOUS DETECTORS

# Tartalomjegyzék

<b>1. Bevezető</b>	<b>1</b>
1.1. Absztrakt . . . . .	1
1.2. Müoграфия történeti áttekintése . . . . .	2
1.3. Alkalmazási területei . . . . .	3
1.3.1. Régészeti felhasználás . . . . .	3
1.3.2. Szpeleológia . . . . .	4
1.3.3. Vulkanológia . . . . .	6
1.3.4. Nyersanyagkutatás . . . . .	8
1.4. Innovatív Detektorfejlesztő Lendület Kutatócsoport . . . . .	8
1.4.1. Detektortípusok . . . . .	8
1.4.2. Detektorrendszerek . . . . .	9
1.5. Az általam használt detektorok és méréseik paraméterei . . . . .	11
1.6. A mérési területek rövid ismertetése . . . . .	14
1.6.1. Esztramos . . . . .	14
1.6.2. Jánossy Lajos Földalatti Laboratórium (JUNLAB) . . . . .	15
<b>2. Eredmények</b>	<b>16</b>
2.1. A mérés feldolgozási folyamata . . . . .	16
2.2. 2D ekvidisztáns modell . . . . .	18
2.3. 1D kiterjesztett ekvidisztáns modell . . . . .	21
2.4. A direkt probléma 2D általános modellje . . . . .	25
2.5. Az Esztramosi kampányból származó mérés vizsgálata . . . . .	30
2.6. Egyszerű geológiai modellek mérésidejének becslése . . . . .	33
2.6.1. Felszínen egy félgömb mélyedés . . . . .	34
2.6.2. Felszín alatt egy vízzel vagy levegővel töltött gömb . . . . .	36
2.7. JUNLAB-ban végzett mérés modellezése, összehasonlítása és mérésidejének becslése . . . . .	40
<b>3. Összefoglalás</b>	<b>45</b>
<b>4. Köszönetnyilvánítás</b>	<b>46</b>

# 1. Bevezető

## 1.1. Absztrakt

A müográfia egy folyamatosan fejlődő új tudományterület, mely a kozmikus sugárzásból származó müonok részecskefizikai detektorokkal történő észlelésén alapszik. Ezáltal akár hegy-méretű geológiai vagy ember által alkotott célobjektumok belső szerkezetének roncsolásmentes vizsgálata is lehetséges.

Maga a módszer egyes elemein több kutatócsoport is dolgozik a világon. Mint például detektorfejlesztés, mérés optimalizálás, adatfeldolgozási folyamatok, telepítés és újabb felhasználási területek vizsgálata. A müográfia több területen is segítséget jelenthet a kutatóknak, például: geofizika, építészet, régészet, vagy ipari felhasználás, és későbbiekben társadalmi haszna is lehet.

A müográfia sűrűségkontrasztokra érzékeny, mivel a nagyenergiás müonok a kőzetben megtett úttal és annak sűrűségével arányosan vesztenek energiát, és nyelődnek el. Tehát a vastagabb és sűrűbb kőzetek irányából kevesebb müont lehet detektálni. Ezen okoknál fogva üregkutatásra, érckutatásra, régészeti célú kutatásra és vulkán monitoringra kezdték el használni az elmúlt évtizedekben.

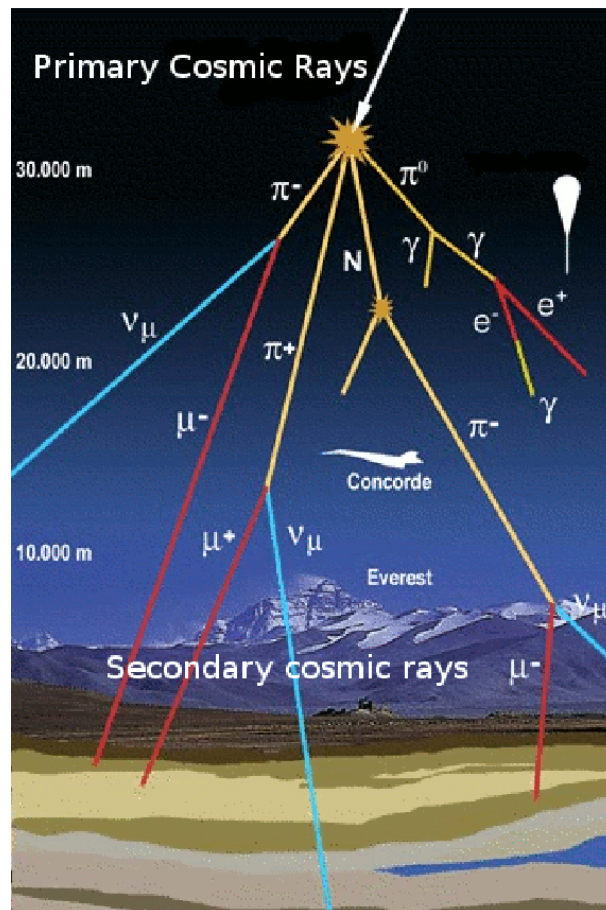
A HUN-REN Wigner Fizikai Központban Nagyenergiás osztályán már két kutatócsoport is aktívan dolgozik ezen új mérés technológia területén felmerülő kérdések vizsgálatával, mely a módszer növekvő jelentőségét jól mutatja. Az Innovatív Detektorfejlesztő „Lendület” Kutatócsoport (REGARD Csoport) fő területe a detektorfejlesztés [Oláh 2012][Varga 2016], de az évek során jelentős tudásra tettek szert a müográfiával kapcsolatban, így ma már egy nemzetközileg elismert ezzel a témával foglalkozó kutatócsoport. Az idei évtől pedig megalakult a Nagyenergiás Geofizikai Kutatócsoport, melynek munkájában részt veszek.

Diplomamunkámban még a BSc alatt elkezdett kutatási irányt folytattam. Az OTDK dolgozatomban már felállítottam egy egyszerű modellt a direkt feladat megoldására, de ez csak a detektorhoz képest 45-os beérkezési szög tartományban és ekvidisztáns kamrákból álló detektor esetén korrelált jól a mért beütésszámokkal. Ezért egy általános modellt állítottam fel a direkt feladat megoldására, ezáltal felszíni, felszín alatti vagy egyéb egzotikus geometriájú detektor esetén számolhatóvá vált a beütésszám. Ezt a modellt C++ nyelvre implementáltam a kutatócsoport által fejlesztés alatt álló feldolgozó programba. Majd kvalitatívan és kvantitatívan is ellenőriztem labor és terepi mérések segítségével ennek helyességét.

Végül a mérés optimalizálással kapcsolatos kulcskérdésre, a mérés idő becslésére tettem kísérletet. Első esetben egy egyszerűbb geológiai modellek esetén. Majd a Jánossy Lajos Földalatti Laboratóriumban végzett mérést szimuláltam le, hasonlítottam össze és a második és harmadik szint kimutatásához szükséges időt is meghatároztam.

## 1.2. Müográfia történeti áttekintése

Ebben a fejezetben röviden szeretném ismertetni a müográfia mint új mérés technológia kialakulásának történetét. Mint az absztraktban írtam a müonok a természetes forrásból, a kozmikus sugárzásból származnak. A müográfia kezdő lépése is kozmikus sugárzás felfedezéséhez köthető. Victor Hess 1912-ben ballonkísérleteket végzett 5000m-ig, és ezzel bebizonyította, hogy a levegő háttérionizációja a magassággal együtt nő. [Hess 1912] Ezzel együtt a részecskefizikai kutatások fókuszusa a kozmikus sugárzás alaposabb vizsgálatára terjedt ki. A 1. ábrán a kozmikus sugárzás egy sematikus ábráját látjuk. Ekkor kezdtek bele az első detektorok fejlesztésébe is mint a Wilson-féle ködkamra, emulziós filmek és buborékkamra. [Simonyi 1981]



1. ábra. A kozmikus zápor egy sematikus ábrája [Solas 2007].

A kutatások eredményeként sikerült két osztályba sorolni a sugárzásból származó részecskéket, elsődleges és másodlagos részecskék. Az elsődleges részecskék 90%-át protonok alkotják, amelyek a légkörben ütközve más atomokkal és molekulákkal keltik a másodlagos részecskéket. [Barna 2012] A másodlagos részecskék közé tartozó müonok C. D. Anderson 1936-ban fedezte fel.

A müonok speciális tulajdonságaik miatt alkalmasak müográfiára mérésekre. Töltése egyenlő egy elektronnal, de nyugalmi tömege 207-szer nagyobb, élettartama  $2,2 \cdot 10^{-6}$  s, ennek köszönhetően egészen lejut a Föld felszínéig, a müonfluxus eloszlása a felszínen koszinusz négyzetes, zeniteben mért intenzitása körülbelül  $100 \frac{1}{m^2 \cdot s \cdot srad}$ . Széles energiaspektrummal rendelkeznek, s az energiájuktól függően 10-1000m-ig is lehatolhat a kőzetben. A nagyenergiás müonok esetében az energiaveszteség egyenes arányos a kőzetben megtett úthosszal és a kőzet sűrűségével.

Ezen tulajdonságok mind alkalmassá teszik, hogy felhasználjuk ezen természetes forrást müográfiai mérésekhez. A részecsketeret a müonfluxus fizikai mennyiséggel tudjuk leírni. Ezt nem tudjuk közvetlenül mérni. A detektorokkal a müonok fluxus függő beütésszámát és trajektóriájukat vagyunk képesek meghatározni. Ezen adatokból tudunk fluxust és további lépések beiktatásával sűrűség hosszát vagy hiányzó közethosszat számolni, amely a terület belső sűrűség eloszlására lesz jellemző.

Az első müográfiai célú mérést 1955-ben Ausztráliában végezte el E.P. George. [George 1955] A mai korra ugorva, a müográfiai célú kutatások, mérések és fejlesztések aranykorukat élik, mivel a detektorok olyan fejlettséggel rendelkeznek, hogy könnyen alkalmazhatók terepi viszonyok közepette is.

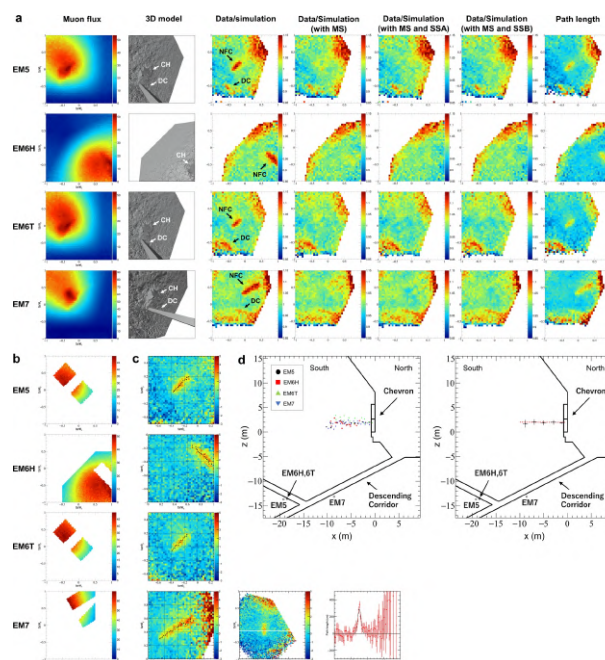
### 1.3. Alkalmazási területei

A következőkben a teljesség igénye nélkül be szeretnénk néhány alkalmazási területet mutatni, ami a földtudományok szempontjából jelentős. Fontos kiemelni, hogy a módszer akkor alkalmazható, ha a célobjektum és az alapkőzet sűrűsége megfelelően eltér.

#### 1.3.1. Régészeti felhasználás

Ez a legismertebb felhasználási területe a módszernek. Már 1966-ban Luis W. Alvarez végzett csapatával méréseket Kheprén piramisban, és sikeresen kimutatták, hogy két méternél nagyobb eddig fel nem tárt üreg nincsen benne. [Alvarez 1970]

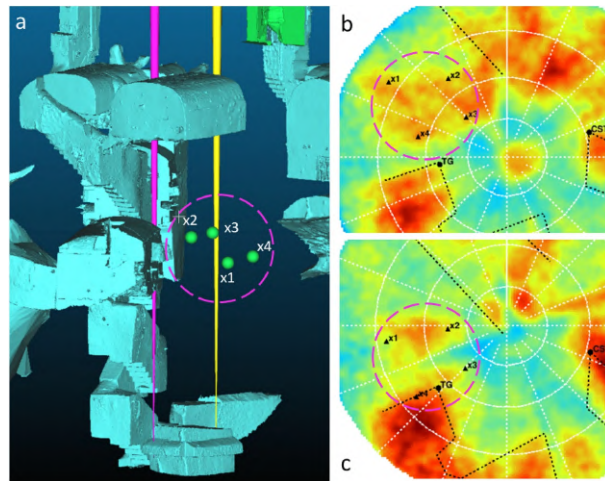
2016-ban a Nagoya egyetem végzett főleg emulziós filmekkel méréseket a Kheopsz piramisban K. Morishima vezetésével. Sikeresen is azonosítottak egy eddig fel nem fedezett kamrát, amit aztán 2023-ban fel is nyitottak, óriási nemzetközi visszhangot keltve a módszer sikerességéről. [Procureur 2023] (lásd: 2.ábra)



2. ábra. A Kheopsz piramisban különböző pontokban végzett emulziós mérések müográfiai eredményei, és 2D szimulált eredmények [Procureur 2023].

Nápolyban is alkalmazták a módszert. A város központjában vulkanikus eredetű hegy emelkedik ki, Mt. Echie, Már az ókortól kezdve lakott terület volt. Sok járatot vájtak már ekkor is a

kőzetbe. E terület feltérképezése, volt a cél, ami egy újabb kamra feltárásával végződött. [Saracino 2017][Tioukov 2023] (lásd: 4.ábra)



3. ábra. Nápolyban a Mt. Echie alatt végzett mérések eredményei[Tioukov 2023]. A lila körrel jelölt területen feltételezték egy kamrát, amit fel is nyitottak sikeresen.



4. ábra. Mussomeli vára alatt a felszín feletti detektorunk [Nyitrai 2024].

A REGARD Csoport is aktívan folytat ez irányú terepi méréseket. A Budai vár alatt mérünk, továbbá Mussomeli váránál is. Az eredmények publikálása folyamatban van. (lásd: 4.ábra)

### 1.3.2. Szpeleológia

A módszer régészethez hasonló mérési technikával a barlangkutatásban is használható. Itt a kőzethiányt keressük.

A REGARD Csoport kezdetektől aktívan vizsgálja müoográfia e területen való alkalmazhatóságát, a terepi viszonyokat minél jobban bíráló detektortípusok fejlesztését. Kezdeti előfutára volt ennek a folyamatnak a 2012-ben végzett mérési sorozat, mellyel a CCC kamrákból álló detektor használhatóságát vizsgálták. [Oláh 2012] Különböző barlangokban mértek, ahol változtak a környezeti paraméterek, hogy megvizsgálják a kamrák terepállóságát.

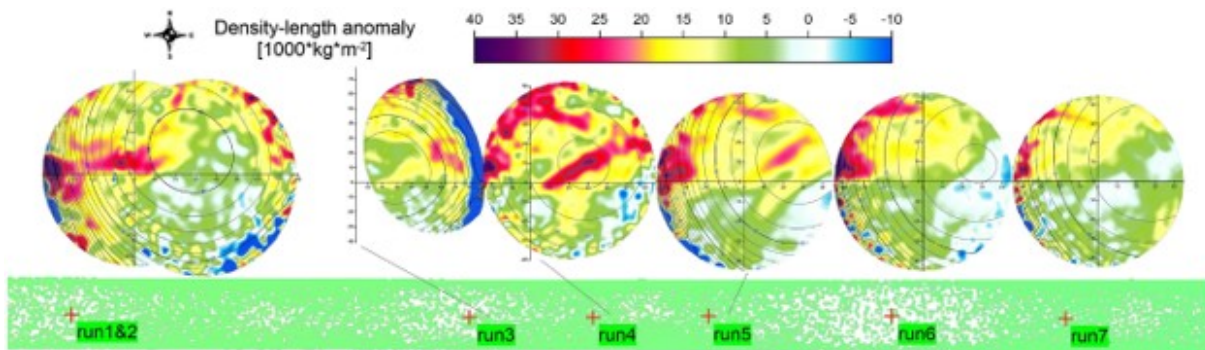
A budai Királylaki-táróban is folytattak nagyszámú mérést, mivel ebből a tárórendszerből fedeztek fel barlangokat. További járatok jelenlétét feltételezték. A kezdeti eredmények találatokkal kecsegtettek, ezért újabb méréseket és fúrásokat végeztek a területre. [Surányi 2016] De

kiderült sokkal bonyolultabb geológiával rendelkezik mint gondolták. Következő lépésként elvégezték a területre 3D inverziós számításokat, mely igazolni látszik a bonyolultabb repedéses, üreges szerkezetet. [Balázs 2024] (lásd:7. ábra)

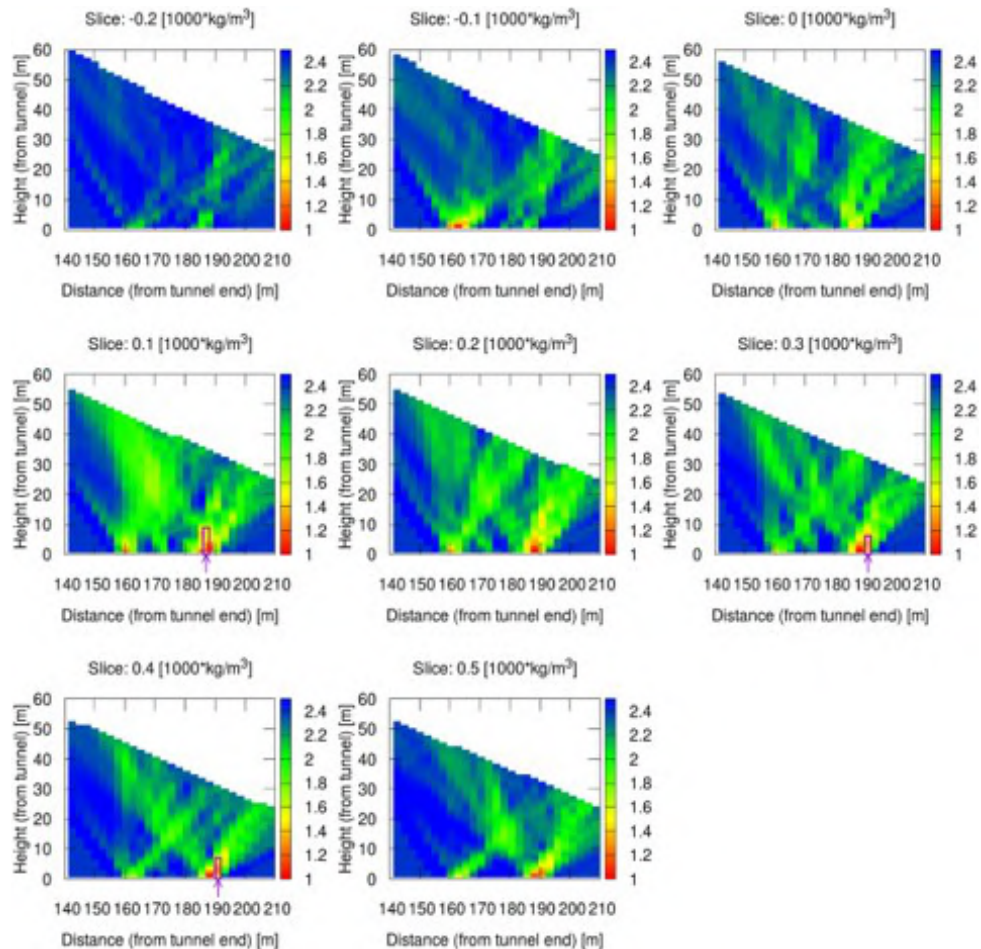
Kutatások folytak az Esztramos-hegy járatrendszerének feltárására is. Ennek részletes kiértékeléséről Rábóczy Bence kollégám diplomamunkája szól [Rábóczy 2024].



5. ábra. Detektor telepítése a Királylakai-táróban. [Balázs 2024]



6. ábra. A táróban végzett mérésekből számított sűrűség-hossz eredmények. [Balázs 2024]



7. ábra. Az 3D inverzióból kivágott sűrűség-hossz szeletek a Királylaki-táró esetén. [Balázs 2024]

### 1.3.3. Vulkanológia

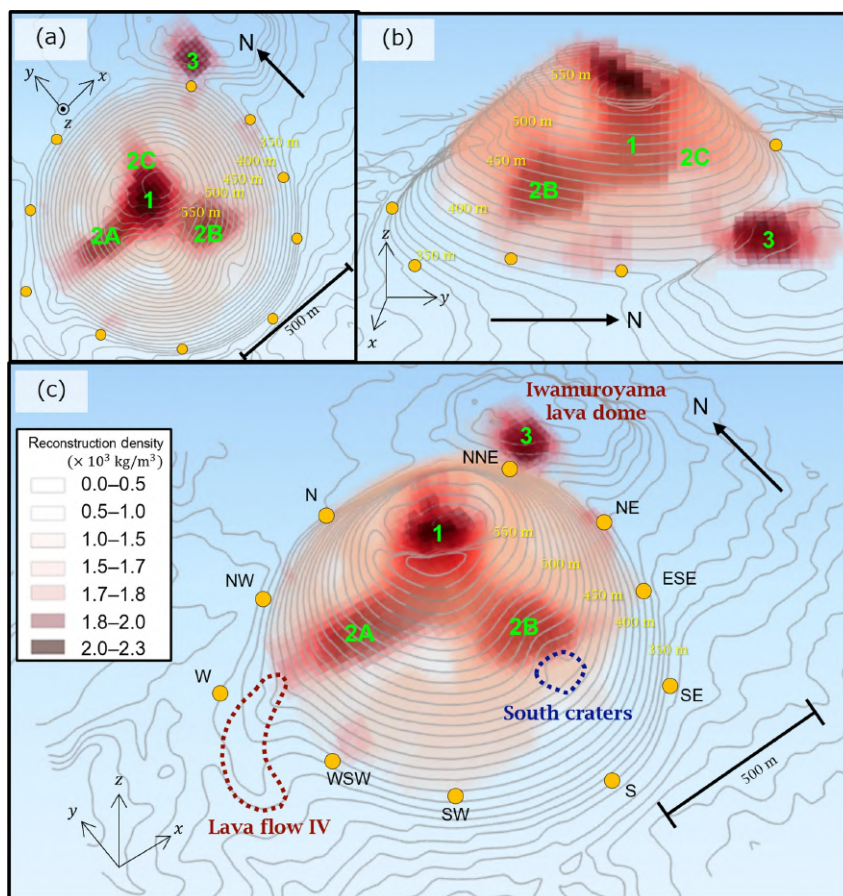
Napjainkban dél-kelet-ázsiai, közép- és dél-amerikai országokban a népességnövekedés miatt, nő azon lakosok száma, akik közvetlenül aktív vulkánok szomszédságában laknak. Ez egyre nagyobb veszélyt jelentve rájuk nézve. Ezért a vulkánmonitoring, vulkánveszély-értékelés és -kezelés egyre nagyobb hangsúlyt kap [Karátson 2014].

A vulkánmonitoring eszköztára igen széles. Interdiszciplináris tudományterület, így több különböző terülről származó szakember közös munkáját igényli, mint például geológusok, geokémikusok, geofizikusok.

A különböző méréstípusokat két nagy csoportra oszthatjuk szét, mint terepi megfigyelések és távolról végezhető mérések, mivel egy aktív tűzhányó kitörés előtti és alatti állapota nem teszi lehetővé a terepen végzett munkát.

A fő megfigyelési módszerek a szeizmológia, infrahang-vizsgálatok, elektromos mérések [Matsushima 2020], gáz- és vízkémiai monitoring, felszín deformáció nyomon követése például GPS-szel vagy InSAR-ral [Poland 2022].

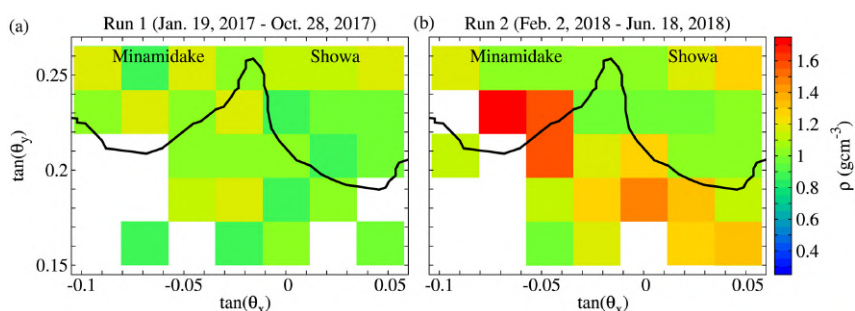
A fentebb említett eljárások mellett a müográfia további hasznos információt adhat a kutatásokhoz. Több aktív vulkán megfigyelésére irányuló müográfiai mérés zajlik. Előnye, hogy telepítés után folyamatosan szolgáltat adatot célterületről, kevés emberi beavatkozást igényel üzemeltetése (időközönkénti karbantartás, gázcsere, ha a megfelelő infrastruktúra, mint áram- vagy internetszolgáltatás elérhető), és relatíve jó felbontással képezi le a vulkánkúp felső né-



8. ábra. Omurayama törmelék kúpjának müontomográfiai sűrűségeloszlása [Nagahara 2022].

hány száz méterét.

Lehetséges inverzióval 3D-s sűrűségeloszlást számolni. Japánban a Omoruyama vulkán kúpját célzó 3D-s több pontból végzett müográfiai mérést végeztek, mint a 8. ábrán látható négy nagyobb sűrűségű struktúrát tudtak vele kimutatni a tudósok [Nagahara 2022].



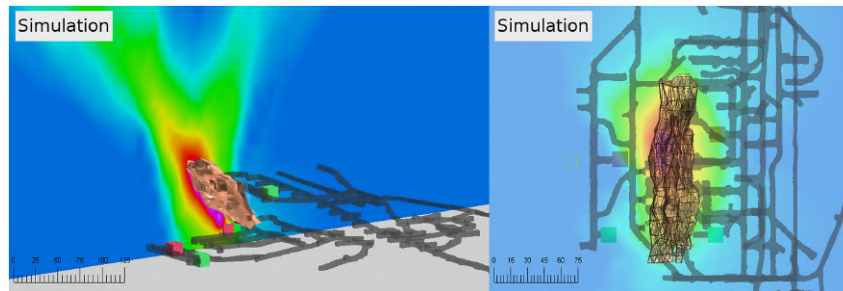
9. ábra. Sakurajima egy kitörési eseménye előtti és utáni periódusban készült sűrűségeloszlás felvétele. A kitörés után feltételezhetően magmadugó alakult ki a kráterek alatt. [Oláh 2019].

A REGARD Csoport aktívan bekapcsolódott ezen területet irányzó kutatásokba, 2011-ben a Sakurajima vulkánál telepítettek egy állandó felszín feletti detektorrendszert (Sakurajima Muography Observatory (SMO)), aminek segítségével a vulkán egy kitörését követően a 9. ábrán látható megnövekedett sűrűséggel rendelkező területeket egy lehetséges magmadugóként értelmezték [Oláh 2019].

### 1.3.4. Nyersanyagkutatás

A bányászati célú érckutatásra már sok jól működő módszer létezik a geofizikában. De ugyancsak a különböző mérési technológiák eredményei együttesen alkotnak egy komplex rendszert, amit már geológusok használhatnak, és képesek felállítani belőle a térségre vonatkoztatott geológiai modellt. Jó példa erre, hogy az elektromágneses méréseket kombinálják szeizmikával, és fúrásból származó logokkal [Mendoza 2021].

Az elektromos mérések közül a multi elektródás szelvényezést (ERT) [Pittard 2007], az indukált potenciált (ID), és az induktív elektromágneses méréseket alkalmazzák érckutatásra.



10. ábra. Az müntomográfiai méréssorozat inverziós eredménye az uránérctestre [Schouten 2018].

2015-ben a kanadai Athabasca régióbeli McArthur folyó völgyében található urán érctestet célzó müontomográfiai mérés történt [Schouten 2018]. Az adatokból sikeresen leképezték a az uránérctest 3D kiterjedését, ez látható 10. ábrán.

A REGARD Csoportnak több európai országban folyik méréssorozata bányákban.

## 1.4. Innovatív Detektorfejlesztő Lendület Kutatócsoport

Magyarországon a HUN-REN Wigner Fizikai Kutatóközpontban Innovatív Detektorfejlesztő Lendület Kutatócsoport foglalkozik részecskefizikai detektorok fejlesztésével és kutatásával. Alaputatási és alkalmazott területekre. Az alkalmazott területen a müográfiával és müontomográfiával kapcsolatos vizsgálatok a fő irányok. Eredményeik alapján ma már nemzetközileg elismert müográfiával foglalkozó hazai kutatócsoport.

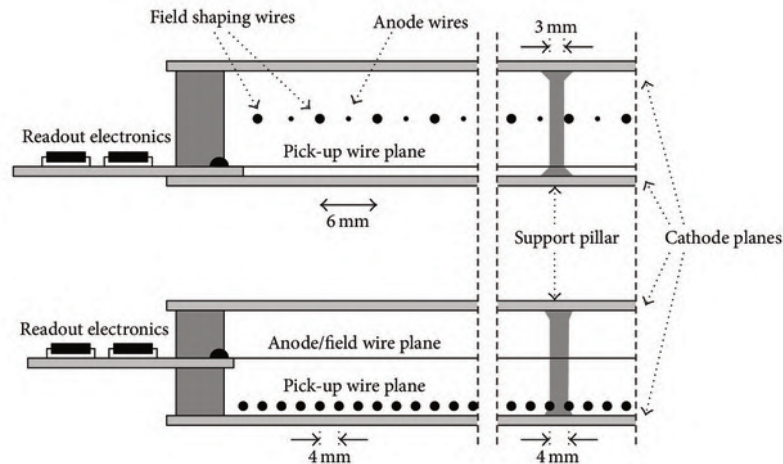
### 1.4.1. Detektortípusok

A részecskefizikában a detektorokat több dologra is használják, mint az áthaladó részecskék pályájának meghatározására, a részecskék tömegének, töltésének vagy energiájuk megmérésre. Az évtizedek során több detektort fejlesztettek ki a tudósok, több altípussal. A müográfiára a nyomkövetésen alapuló detektorokat tudjuk használni. A számításokhoz pedig az irány és beütésszám információk szükségesek. Így a használatra alkalmas detektorok:

- buborék és ködkamrák,
- **emulziós filmek,**
- **gáztöltésű detektorok,**
- **szcintillációs detektorok,**
- félvezető detektorok.

Ezek közül pedig csak a vastagon szedetteket használjuk, több ok miatt is.

A REGARD Csoport a gáztöltésű detektorok közül a sokszálas proporcionális kamrákat (MWPC, Multi-wire Proportional Chamber) használja a müográfiához használt detektorokban [Charpak 1970]. Ennek is a két tovább fejlesztett változatát.



11. ábra. A Csoport által továbbfejlesztett MWPC típus egy metszeti ábrája [Varga 2016].

A módosított MWPC-t, ahol a szálak nem egységesen pozitív feszültségre vannak kapcsolva, hanem az úgynevezett érzékenyszálak pozitívra, míg a térformáló szálak nullát, így az eredeti Charpak-féle kamrához képest nem kell alkalmazniuk nehéz feszítőkeretet. Ezért sokkal mobilisabbá vált a rendszer [Varga 2016].

Egy másik általuk kifejlesztett MWPC típus a CCC (Close Cathod Chamber). Itt a módosítás célja az volt, hogy ne függjön a szállsík katódtól vett távolságától az erősítés mértéke a kamrában, ezt a térformáló szálakra kötött negatív feszültséggel érték el [Varga 2011].

## 1.4.2. Detektorrendszerek

### Kamrák elrendezése

Maga a detektor több kamrából áll, amik önmagukban is használhatóak. Azért alkalmazunk általában 6-8 kamrát egy detektoron belül, hogy minél pontosabb legyen a beérkező müonok irányának meghatározása. Továbbá a pályarekonstrukciónál is hasznos mivel, ha kisebb track feltételt alkalmazunk, az átmenő müon hatására hány detektor szólaljon meg, hogy mi érvényes eseménynek fogadjuk el, növeljük a detektor adott szöghez tartozó akceptanciáját, érzékenyfelületét.

A detektor akceptanciája alatt azt értjük, hogy adott szögben érkező müont mekkora felületén képes detektálni mekkora hatásfokkal, és ennek a beérkezési irányra merőleges komponense lesz. Ezen érték függ a kamrák nagyságától, a geometriától és még a track feltételtől is.

A nyomkövetési feltétel, track feltétel, azt jelenti, hogy a pályarekonstrukciók során hány pontos eseményeket fogadjunk el. Hány kamrának kell megszólalni a müon áthaladásakor, hogy az érvényes legyen.

Detektorból is több méretet alkalmazunk, ennek részben gyakorlati oka van. A nagyobb méretűeket felszíni terepen használjuk, vagy felszín alatt nagyobb járatokban, ahol könnyen hozzáférhetőek és telepíthetőek. A kisebb méretűeket szűkhelyeken alkalmazzuk, ahol a telepítés nehezkesebb. Ugyanakkor a detektorok mérete befolyásolja az akceptanciát. Minél nagyobb



(a) Felszín alatti mérési elrendezés.



(b) Felszín feletti mérési elrendezés.[Hamar 2022]

12. ábra

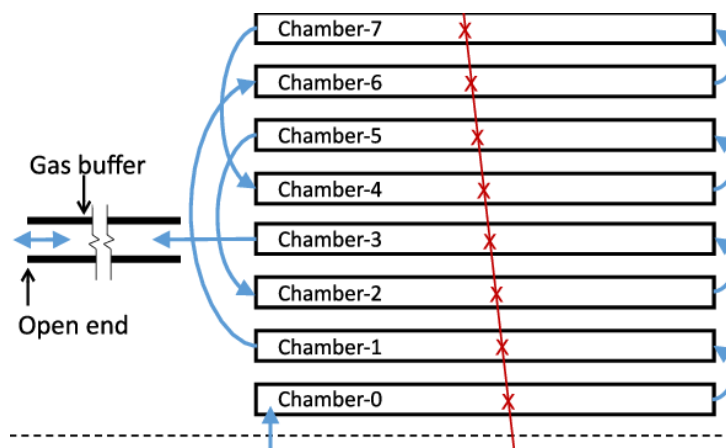
a detektor annál nagyobb lesz az akceptanciája, így maga a méréshez szükséges időnk is kevesebb lesz.

A kamrák detektorban való helyzete alapján két típust különítünk el. A felszín feletti elrendezésben a kamrák síkját  $90^\circ$  kal megdöntik, és detektorhoz képesti z irányban el vannak csúsztatva, ennek oka, hogy ólomlapot használunk a kamrák között (lásd:12b. ábra). Ezzel szűrjük a majdnem horizontálisan érkező müonok közül ki a kisenergiásokat, mert ezeken a lapokon vagy elnyelődnek vagy kiszóródnak. [Hamar 2022]

A felszín alatti elrendezés esetén egyenlő térközzel helyezük el a kamrákat (lásd:12a. ábra).

### Gázrendszer

A telepítendő rendszer egyik kulcseleme a gázrendszer, mert ezen detektortípus működéséhez elengedhetetlen. A Csoport a detektorokhoz  $Ar : CO_2$  82:18 arányú gázelegyet használ, amit hegesztéshez is használnak, így könnyen beszerezhető gázpalackos formában. A gázrendszer következő eleme a áramlásmérő, amivel a gáz detektorba való áramlását szabályozzuk.



13. ábra. A gázrendszer egy sematikus ábrája [Nyitrai 2021].

Mivel a környezeti paraméterek változására a kamrákba bejuthat levegő, ezt nevezzük a detektor légzésének, ezáltal a lecsökkentve a detektorhatásfokát, emiatt nagyon fontos a detektorban lévő kamrák rendszerbe való becsatlakoztatási sorrendje, gázsorrend. Erre a Csoportnak van már belső szabványa(lásd:13. ábra) [Nyitrai 2021].

A rendszer fellevegősödését késleltetően a rendszer végére extra csövet tehetünk, ez az úgynevezett puffercső, ami feltöltődik a gázeleggyel, ha pedig a légnyomás kint megemelkedik, és ennek hatására elkezdi beszívni a rendszer, a puffercsőben lévő gázkeverék jut be a rendszerbe a levegő helyett [Nyitrai 2021].

### **Áramellátás**

A rendszer áramellátását többféleképpen biztosítjuk. A legáltalánosabb, hogy a terepen nem áll rendelkezésre vezetékes áram, ezért akkumulátorok biztosítják az áramellátást. Ezeket a gázpallakkal együtt időközönként ellenőrizni és cserélni kell. A másik, hogy az adott bányában vagy mérésterületen van áram, de ekkor is előfordulhat a szolgáltatásban szünet, ezért használunk szünetmentes tápot és biztosító berendezést.

## **1.5. Az általam használt detektorok és méréseik paraméterei**

A diplomamunkám munkám során a REGARD Csoport több detektorával mért terepi és labormérések adatait, illetve geometriájukat használtam fel. A működési elvük hasonló, de a rendszerek a felhasználási területhez megfelelően vannak kialakítva.

A direkt probléma megoldásához szükséges detektorgeometriát leíró jellemzőkre az alábbi jelöléseket használtam:

- $L_x, L_y$  - a detektor  $x, y$  irányú kiterjedése
- $N_k$  - a kamrák száma a detektorban
- $h$  - a detektor magassága
- $a$  - a kamrák távolsága ekvidisztán esetben

A mérést jellemző paraméterekt pedig az alábbi módon jelöltem:

- $K$  - megkövetelt beütésszám
- $\gamma$  - a döntés szöge
- $\omega$  - a forgatás szöge
- $\eta, \eta_{\text{detektor}}$  - adott mérés során a határfoka detektornak
- $\eta_{\text{kamra}}$  - a detektor egy kamrájának határfoka
- $t$  - mérés ideje
- $F$  - a fluxus

Két detektor nagyon hasonló konstrukció, az MTL1 és MTL2, mind a kettő főleg bányászati vagy régészeti célú mérésekre van kifejlesztve. Méretüket tekintve  $80 \times 80$  cm felülettel rendelkező kamrákból állnak. Annyi a különbség az MTL2 esetén, hogy a felső négy és alsó négy kamra egyenlő távolságra helyezkedik el, míg ez a két egység egymáshoz képest nagyobb távolságra van. Az MTL1 mérései közül az Esztramos-hegyben végzett mérésorozatból, kampanyból, használtam fel egy mérést. Az MTL2 detektorgeometriát leíró fájljának segítségével pedig az erre a detektorra vonatkozó szimulált mérések vizsgálatát és optimalizálását végeztem el.

Az Mts51 és Mts8 méretüket tekintve kisebbek főleg szűkebb helyekre tervezve. Az Mts51 labormérését használtam fel a különböző direkt probléma modellek validálásához, így az egyes modellek összevetése is lehetséges. Az Mts8 Jánnosy Lajos Földalatti Laboratóriumban

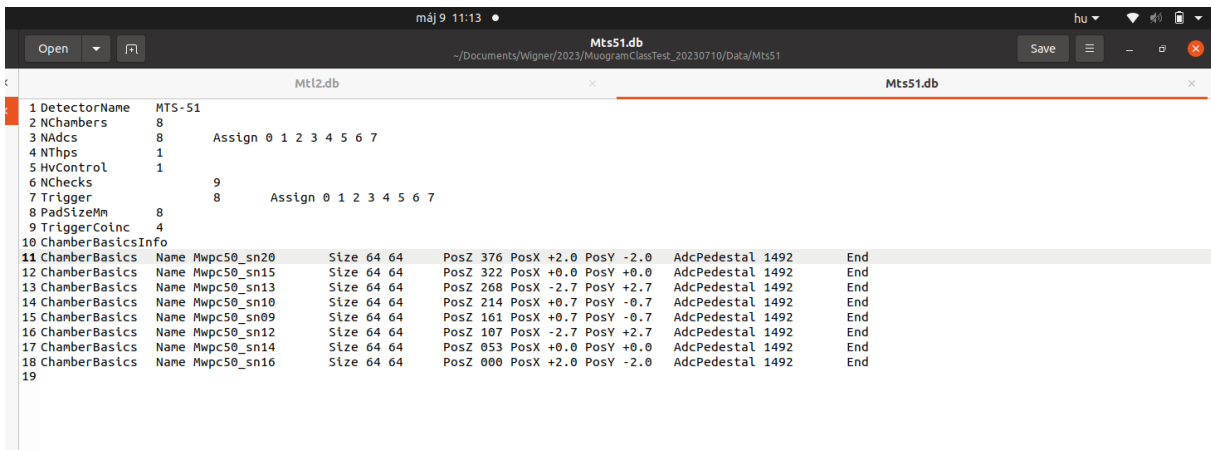
(JUNLAB) végzett mérést használtam fel, mint fél terepi fél laboratóriumi körülmények között végzett mérés.

A mérések részleteit 2. táblázat tartalmazza.

Mind a négy detektort felszín alatti mérésre lehet használni, az Mts8 detektor áll csak CCC kamrákból, a másik három pedig MWPC kamrákból.

Detektor	$L_x$ [m]	$L_y$ [m]	$N_K$ [1]	$h$ [m]	$a$ [m]
Mts51	0.5152	0.512	8	0.424	0.053

1. táblázat. A detektort leíró adatok



14. ábra. Mts51 .db fájlja, ami a detektort geometriáját jellemző fájl típus. Ez képezi az egyik bemenetét a később részletezett programnak.

2. táblázat. A felhasznált mérések részletes adatai

Detektor	Mérés/ Modell	Helye	Pozíció (X, Y, Z) [m]	DEM fájl	$N_k$ [1]	K [1]	$\gamma$ [°]	$\omega$ [°]	$\eta$ [1]	t
Mts51	Run18	Labor	-	-	8	6	0	0	0.98	12360 s
MTL1	Run148	Esztramos - hegy	(776034.5, 354222.2, 182)	Esztramos.dem	8	6	-14.2	356.9	0.95	54 d 18 h
Mtl2	Félgömb bemélyedés	-	(0,0-3)	szintetikus	8	6	0	0	0.89	1 h
Mtl2	Gömb (Vízrel vagy levegővel teli)	-	(0,0-9)	szintetikus	8	6	0	0	0.89	1 d
Mts8	Run120	JUNLAB	(0, 23435, -30)	szintetikus	6	4	-45	-90	0.95	1 d / 6 d 22 h 39 min



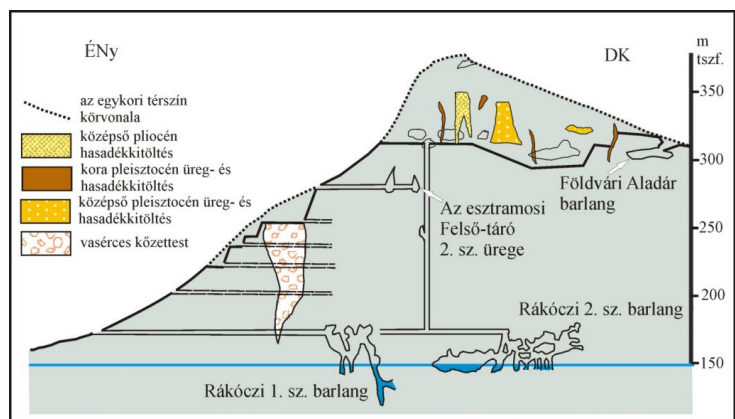
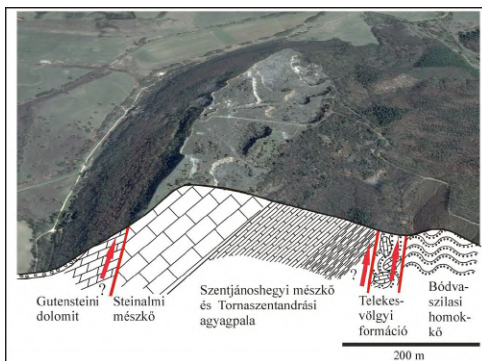
(a) Az Mtl1 detektor telepítés közben Eszt- (b) Mts51 detektor a JUNLAB -3. szintjén mérés  
ramos bányajáratában. [Hamar 2022] közben.

15. ábra

## 1.6. A mérési területek rövid ismertetése

Diplomamunkám főfeladatai közt nem szerepelt ugyan konkrét laboratóriumi vagy terepi mérés feldolgozása, de mivel az általános direkt probléma modellem validálásához, és geológiai modellem összehasonlítási alapjaként használtam őket. Ezért ebben a fejezetben lényegre törően be szeretném mutatni ezen mérési területeket.

### 1.6.1. Esztramos



(a) Az Esztramos-hegy földtani szelvénye. (b) A hegy belső metszeti ábrája járatokkal és  
barlangokkal. [Esztramos 1] [Esztramos 2]

16. ábra

Egyik jelentős magyarországi mérési területünk a Borsod-Abaúj-Zemplén vármegyében az Esztramos-hegy tárói, mely az Aggteleki-hegység DK-i határa a Rudabányai-hegységtől. Szepe-

leológiai célú mérések voltak ezek. A területen aktív bányászati tevékenység folyt felszínen és felszín alatt is, ennek következménye, hogy a hegy felső része már nem található meg.

Ha megnézzük a 16./a, ábrát, láthatjuk, hogy ÉNy-ról DNy felé a hegyet a Gutensteini Formáció (sötétszürke dolomit), a főtömeget jelentő Steinalmi Mész-kő Formáció (kristályos mész-kő), Szentjánoshegyi Mész-kő Formáció (tűzköves mész-kő) és Tornaszentandrás Agyagpala Formáció (agyagpala összet) alkotja. [Szentpétery 2006] Az előző három formáció korát megvizsgálva arra a következtetésre jutottak, hogy É-ről D-re át lett buktatva ezen üledékretegek.

A bányászati szempontból azért volt fontos, mert a mész-kő-dolomit határ mentén, ami egy vető, alakult ki egy jelentős érctest, melyet a középkorban elkezdtek külszíni fejtéssel bányászni. A vasércet célzó felszín alatti bányászati tevékenységet egészen 1960-ig folytatták. Maga a területen három típusú ércesedést tudunk megkülönböztetni: hidrotermás-metaszomatikus ércek, elsődleges magmás kiválások, másodlagos ércfelhalmozódások (barlangüregek). [Szakáll 1997] Az ércesedés fő tömege a mész-kőben található.

A hegység mész-kő részében jelentős mennyiségű barlang alakult ki, ami az átbukás, a karsztosodási hajlam és pliocén-pleisztocén és a középső pliocénban függőleges repedéseket okozó mozgások következménye. A történelem viszont nem volt kegyes a hegy barlangjaihoz, mivel külszíni fejtésben egészen 1996-ig termelték a mész-követ. Ebben az időszakban rengeteg a felszíni fejtés közben talált barlangot ítélték halálra. Azáltal, hogy a termelést helyezték előtérbe. [Szakáll 1997] Így eddigi ismereteink szerint 24 barlangot pusztítottak el. Végül 1995-ben az Esztramos-hegy a Világörökség része lett, így ma már fokozottan védett terület. Az 16./b, ábrán a hegy metszetét láthatjuk a járatrendszerekkel és a jelenleg ismert barlangokkal.

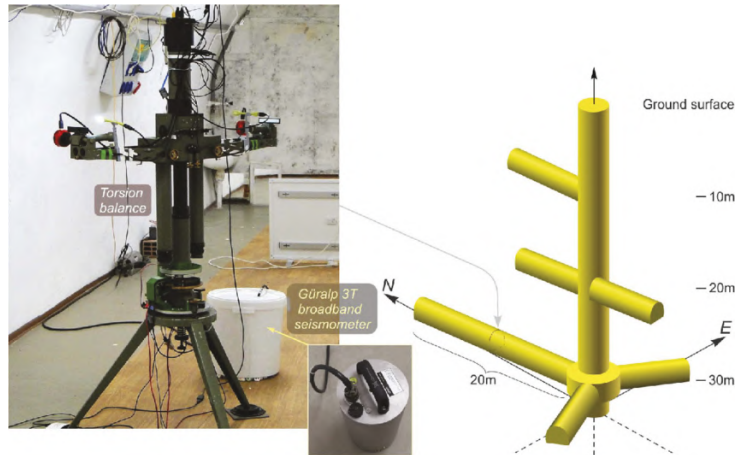
## 1.6.2. Jánossy Lajos Földalatti Laboratórium (JUNLAB)

A Központi Fizikai Kutatóközpont, a HUN-REN Wigner Fizikai Központ első hivatalos megnevezése, területén a kezdetektől működő földalatti laboratórium. Eredtileg a kozmikus részecskéket vizsgáló mérések kivitelezéséhez építették. Kezdetben Geiger-Müller számlálókat és Wilson-féle ködkamrát használtak, amivel a kozmikus záporokat vizsgálták. 1990-2010-ig teljesen elhagyták. Majd 2010-ben egy teljes körű felújításon és korszerűsítésen esett át a létesítmény. Több jelenleg is futó mérést végeznek benne [Fenyvesi 2021]:

- Eötvös-kísérlet újra mérése,
- Infrahang és szeizmológiai mérések,
- Radon detektálás nagy tisztaságú germánium detektorral,
- Müoográfiai kalibrációs mérések.

A labor maga egyszerű geometriával rendelkezik, kis mélységben található. Három szintből áll, az első szint egy ágból áll ( $0^\circ$ ) -10m mélységben, a második két ágból ( $0^\circ, 180^\circ$ ) -20m-en, a harmadik szint három ágból ( $0^\circ, 120^\circ, 240^\circ$ ) -30m-en helyezkedik el. A hőmérsékletet, páratartalmat folyamatosan ellenőrzik. Telefon és internethálózattal rendelkezik, így lehetséges távolról az adatok letöltése.

A REGARD Csoport a müoográfiaira szánt detektorainak tesztméréseit is szokták itt végezni, mielőtt terepen alkalmaznák őket. Ugyanis ez a földalatti laboratórium a félig a terepi és laboratóriumi körülmények között helyezkedik el. [JUNLAB]



17. ábra. Az Eötvös-inga a harmadik szinten, és a laboratórium CAD modellje. [Völgyesi 2023]

## 2. Eredmények

A konkrét eredmények ismertetése előtt össze szeretném foglalni az elkövetkezendő fejezetek tartalmát. Az adatfeldolgozás lépéseinek ismertetésével kezdek, majd a direkt problémára felállított egyszerű modellemet eleveníteném fel. Ezt követi a modell továbbfejlesztése 1D-ben, majd az általános modell felállítása és validálása. Valódi terepi mérés szimulálása. Majd egyszerű geológiai modellek vizsgálata és mérésidejének vizsgálata. Végül a Jánossy János Földalatti Laboratóriumban végzett mérés lemodellezése.

### 2.1. A mérés feldolgozási folyamata

Munkám jobb megértése végett először az adatfeldolgozási munkafolyamatot szeretném részletesen bemutatni (lásd:18.ábra). A nyers mérési adatcsomagunk a rétegenkénti beütésszámot tartalmazza. Ebből a detektor geometria, detektorspecifikus effektusok és a nyomkövető eljárás feltétele alapján számítjuk ki a mérési területet és az anomáliát jellemző differenciális müonfluxust. A müonfluxus megadja, hogy adott térszögben adott idő alatt adott felületen hány müon megy keresztül. A fluxust sűrűséghosszra kell átváltani. Ezt két iskola alapján szokták csinálni, vagy integrálási eljárást, vagy szimulálást alkalmaznak.

Az integrálási metódus alapja, hogy adott térszöghöz tartozó müon energiaspektrumot kiintegráljuk az adott sűrűséghosszhoz tartozó energia minimumtól kezdve, megkapjuk a fluxust.

$$\Phi(\Theta, \rho) = \int_{E_{min}(\rho)}^{\infty} \phi(E_o, \Theta) dE_o \quad (1)$$

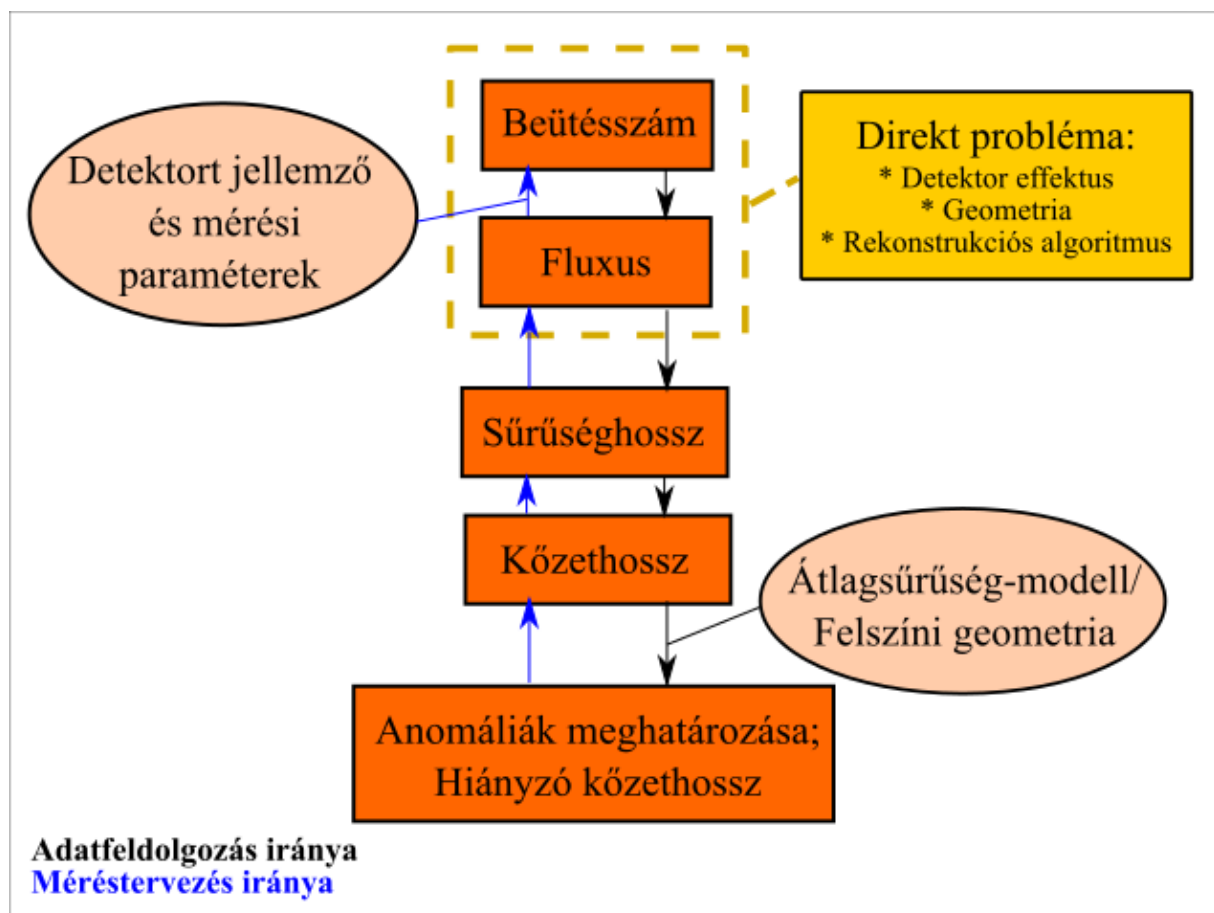
Viszont az azimut szerinti müonfluxus eloszlására nincsen egyértelmű alak. Erre különböző empirikus összefüggésen alapuló modellek léteznek. Ilyenek a Guan és a Reyna. Másik lehetséges út az átváltásra a Monte-Carlo módszeren alapuló szimulációk, de ez munka- és erőforrásigényes metódus. [Nyitrai 2024]

Miután megvan a sűrűséghosszunk, ezt a terület átlagsűrűségének segítségével átváltjuk közethosszba. Ezt még az területről származó apriori ismeretekkel összevetve tudjuk meghatározni a hiányzó közethosszakat, vagy anomáliákat. Konkrétan, ha például van a területről

származó DEM (Digital Elevation Model) adatunk, ebből tudunk számolni közethosszat. Így a számított és mért érték különbsége fogja megadni a hiányzó közethosszunkat, így magát az anomáliát.

Ha ezen munkafolyamat irányát megfordítjuk, és a mért fluxus térre illesztjük a számított fluxust, kapjuk meg az inverziót. [Balázs 2024] Ha pedig teljesen megfordítjuk a beütésszámgig, akkor pedig a méréstervezést lépéseit kapjuk meg. Maga a munkám, a direkt probléma a fluxus és a beütésszám közöttit egyenletet takarja. A direkt problémában a detektorspecifikus effektusok, detektorgeometria és a nyomkövető algoritmus van beépítve. Fontos bemenő adatok a detektort és mérést jellemző paraméterek.

Azért hangsúlyos a méréstervezés, mivel a müográfia mérésideje akár több hetes vagy több hónapos időtartamot is magában foglalhat, hogy elérjük a szükséges konfidencia szintet. Méréstervezéssel a szükséges mérésidő meghatározható. Ezért kulcsfontosságú, hogy megfelelően tervezzük meg a konkrét méréseket, különös tekintettel a mérésidőre nézve. A direkt probléma megoldásával pontosan a tervezéssel kapcsolatos kérdések vizsgálata lehetséges. Mint például milyen detektort használjak adott szituációban? Milyen döntési és forgatási szöget alkalmazunk detektortengelyére vonatkozóan? Mennyi mérésidő szükséges az anomália szignifikáns kimutatásához? Egyáltalán adott detektorral milyen megbízhatósági szinten, konfidencia szinten, mutatható ki az adott anomália ?



18. ábra. Az adatfeldolgozás (fekete nyíl) és a méréstervezés (kék nyíl) lépéseit, a direkt feladat megoldásának szempontjait, és annak bemenő paramétereit mutatja be ezen ábra.

## 2.2. 2D ekvidisztáns modell

BSc Szakdolgozatomban sikerült egy 2D modellt felállítanom már ekvidisztáns kamrák esetén a track feltételt figyelembe véve, de ezen modell csak a detektorhoz képesti  $45^\circ$ -os beérkezési szögtartományban működik megfelelően [Stefán 2022]. Az alábbiakban ezt szeretném felidézni, hogy lássuk, majd az általános modell mekkora előrehaladást jelent a számunkra.

A beütésszámokra vonatkozó direktfeladat megoldására, azért van szükségünk, mivel a megfelelő mennyiségű beütésszám biztosítja az adatfeldolgozás végén az eredményeink kis bizonytalanságát. Ezért ha ki tudjuk számolni egy adott szituációban a beütésszámot, akkor a szükséges mérésidő is becsülhetővé válik. Mert idővel négyzetesen változik a szórása az adatoknak, mert ez egyenlő a beütésszámok gyökével. Maga a beütésszám ( $N$ ) a fluxus ( $F$ ), a mérésidő ( $t$ ), az akceptancia ( $A_{eff}$ ) és térszög ( $\Omega$ ) szorzata adja az alábbi képlet szerint:

$$N = F \cdot t \cdot A_{eff} \cdot \Omega \quad . \quad (2)$$

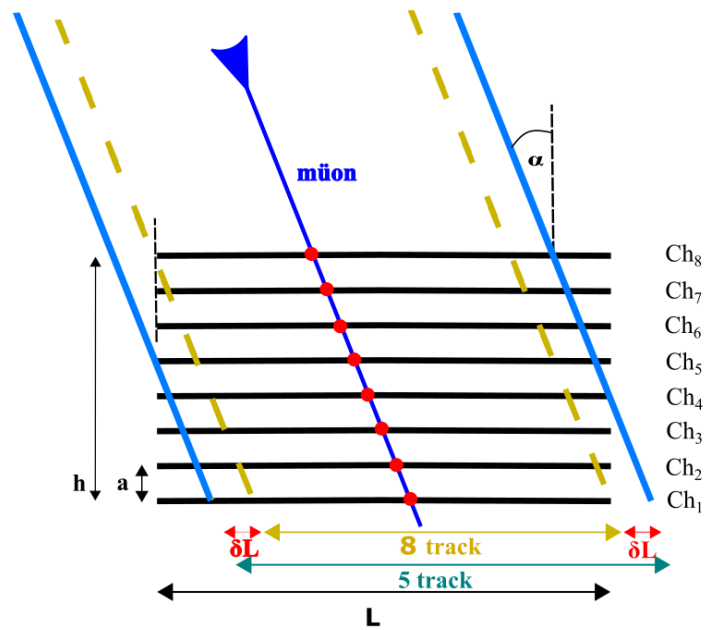
Müonfluxust a geológia határozza meg, míg a mérésidőt és a térszöget a kimutatandó anomália. Ezért csak az akceptancia részét tudjuk befolyásolni. Ebben a modellben még ekvidisztáns kamrákat feltételeztem, de már bele lett építve a track feltétel (lásd: 19.ábra):

$$A_{eff} = ((L_x - h \cdot s_x + 2 \cdot (N_k - K) \cdot a \cdot s_x) \cdot (L_y - h \cdot s_y + 2 \cdot (N_k - K) \cdot a \cdot s_y) \cdot \frac{1}{\sqrt{1+s_x^2+s_y^2}} \cdot \eta \quad . \quad (3)$$

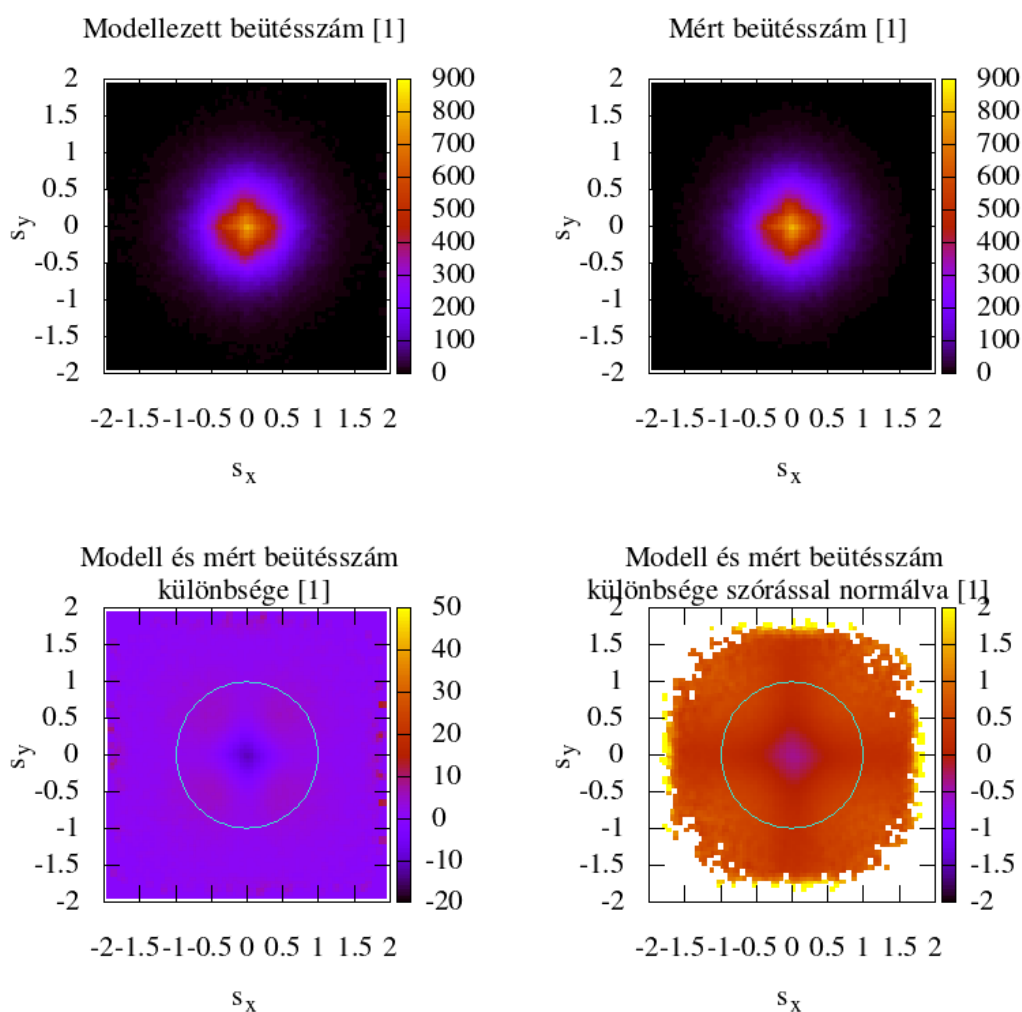
A track feltétel azt jelenti, hogy minimum hány kamrának kell megszólalni az átmenő müon hatására, hogy azt érvényes tracknek fogadjuk el, ezáltal meg tudjuk növelni a detektor érzékeny felületét. A jelöléseket a 1.5. fejezetben találod,  $s_x, s_y$  a müon detektor z tengelyéhez képesti  $x$  és  $y$  irányú beérkezési szögének tangensét jelenti.

A modell helyességét a csoport laboratóriumában Mts51 detektorral végzett Run18 méréssel vizsgáltam meg (lásd:1.5. fejezet). Ezen adatot használtam fel a 2.3. és a 2.4. fejezetekben.

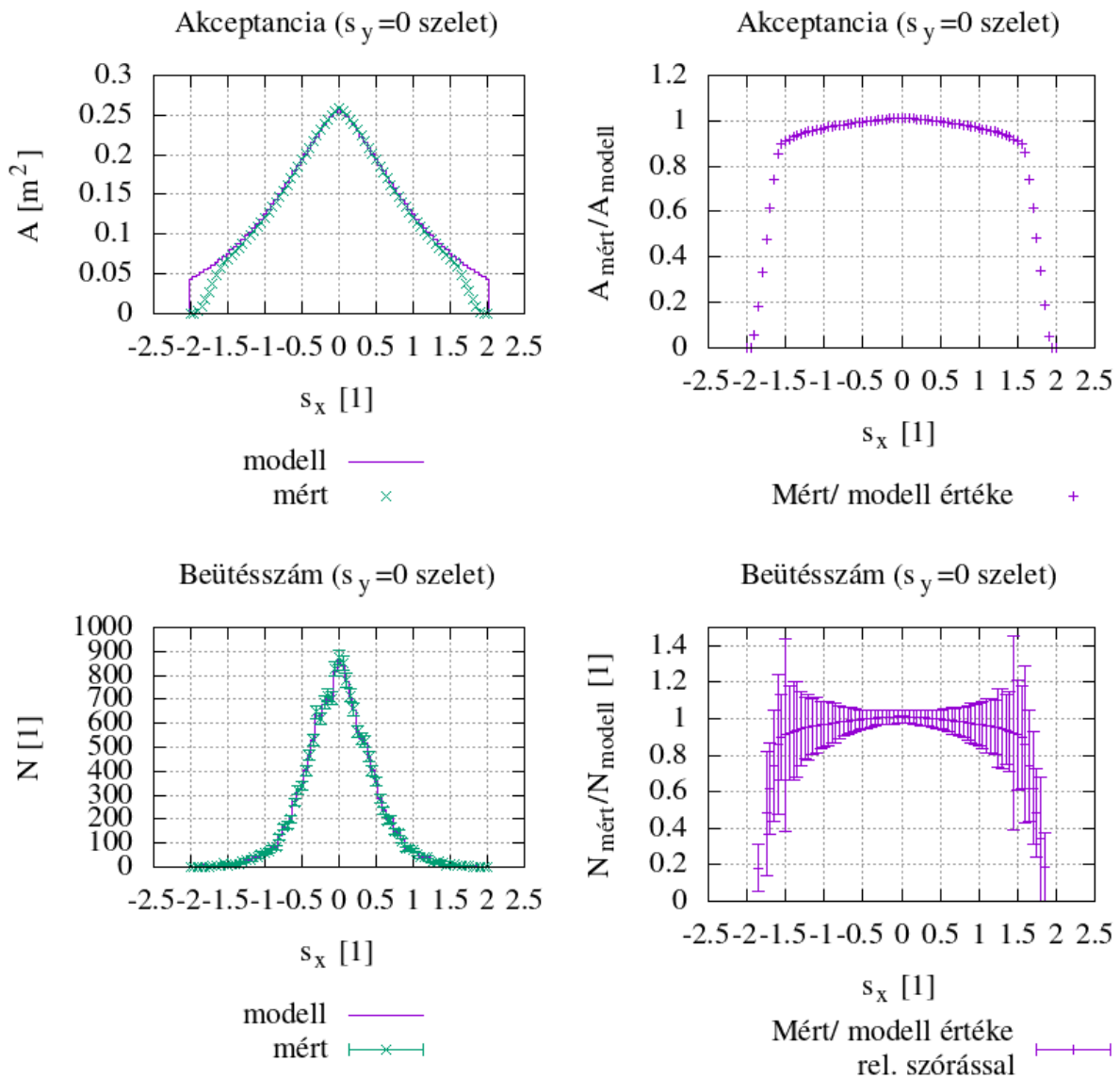
Mint a 20. és 21. ábrákon jól látható, hogy a modell közepén alul míg a széleken felülbecsüli a mért értékeket. Ennek két oka van az egyik, hogy a detektor határfokát konstansnak vettem, de ez nem teljesen így van. Továbbá a beérkezési szöveget növelve elkezd egymás alól kicsúszni a detektorok, s így csökken a maximális kamraszám, ami detektálni képes a beérkező müont, ez okozza a letörést a mért akceptanciában (21. ábra) a detektor széleinél.



19. ábra. Ezen az illusztráción 8 egyenlő távolságra ( $a$ ) lévő kamrából álló detektor egy függőleges metszetét látjuk. Egy  $\alpha$  szögben érkező müion halad át a detektoron, amit mind a 8 kamra detektál (piros pöttyök). Láthatjuk, hogyha a track feltételt megváltoztatjuk 5 pontosra, akkor  $2\delta L$ -el megnövekszik azon felület nagysága, amelyen érzékelnünk képese az ebből az irányból érkező müionokat.



20. ábra. A két felső ábra a beütésszámokat ábrázolja, balról jobbra a modellezett és a mért értékek. Kvalitatív a két modell nagyon hasonló egymáshoz, viszont a kvantitatív összehasonlítást elvégezve egyértelmű, hogy nem tökéletes a modell. A bal alsó ábrán a beütésszámok különbsége látható a kért detektorhoz képesti  $45^\circ$ -os beérkezési szögtartományban. Látható, hogy a modell a detektor közepén alul, míg a detektor négy sarkában felül becsüli a mért értékek. A jobb alsó ábrán meg tudjuk nézni, hogy ezt milyen eltérést jelent a szóráshoz képest. Itt is ugyanaz a tendencia figyelhető meg.



21. ábra. Az első oszlopban a modell és a mért értékek kvalitatív összehasonlítása szerepel, míg a második oszlopban hányadosuk lett ábrázolva. Az első sorban az akceptanciák, míg a másodikban a beütésszámok összehasonlítása szerepel.

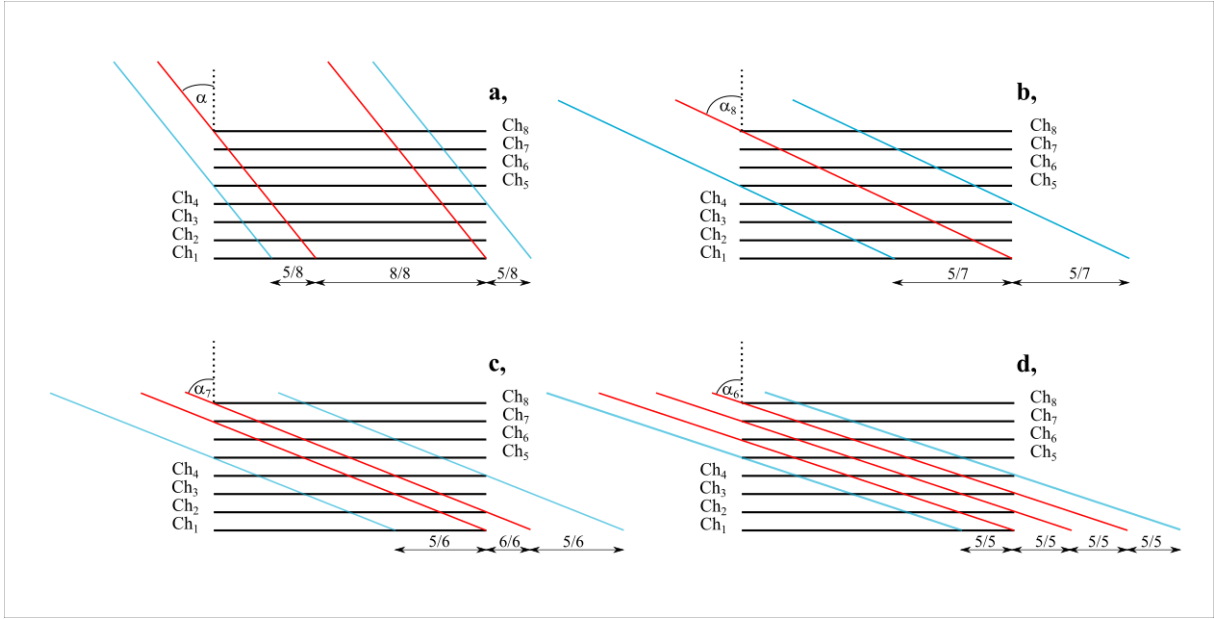
Az akceptancián látható, hogy középen alul becsüli a modell a mért értékeket, széleken pedig a mért értékekben megjelenik egy törés, amit egyáltalán nem követ a modell. A hányadosukban is jól megfigyelhető, hogy a széleken felülbecsüli a modell a mért értékeket.

A beütésszámok szeletén kvalitatív nem figyelhető a fentebb észrevett tendencia, de a hányadosukban igen.

### 2.3. 1D kiterjesztett ekvidisztáns modell

A modellt kiterjesztését első lépésként még 1D-ban tettem meg. Mint az előző fejezetben említettem a legnagyobb probléma, hogy az előző modell nem kezeli a kamtál egymás alól való látszólagos kitolódását a növekvő beérkezési szög függvényében, és a hatásfokot sem.

Maga a kicsúszás egy 8 kamrából álló detektor esetén az alábbiak szerint történik (lásd:22.ábra). Amíg el nem éri a 8 pontos trackhez tartozó kritikus szöget továbbra is a 4.



22. ábra. Ezzel az ábra sorral a kamrák egymás alól való kicsúszását szemléltetném. Az **a.**, eset már az előző fejezetben ismertetett szituáció, ami abban nyilvánul meg, hogy még akkora a beérkezési szög, hogy lehetséges, hogy minden kamrán át megy és maximális trackszám megegyezik a kamrák számával, tehát egy  $5/8$  feltételünk lesz.

De ahogy növekszik a beérkezési szög, elérjük a kritikus szögeket, ahol először a 8 pontos trackhez szükséges 1,8 kamrák csúsznak ki egymás alól, így csak már  $5/7$ -es tracket tudunk majd detektálni. Majd a 7-es trackhez tartozó 1,7; 2,8 kamrák csúsznak ki egymás alól, ebből következik pedig, hogy a feltételünk  $5/6$  lesz. Majd a 6-os trackhez tartozó 1,6; 2,7; 3,8 kamrák csúsznak ki egymás alól, végül már csak  $5/5$  feltételünk lesz. Amikor pedig elérjük az 5-ös trackhez tartozó kicsúszási szöget, már nem lesz érvényes trackünk.

képlet 1D-ös változata alapján tudjuk számolni az akceptanciát. Amikor eléri az  $\alpha_8$  kritikus szöveget az 1. és 8. kamrák kikerülnek egymás alól, s nem lesz 8 pontos track, innentől maximum 7 pontos tracket tudunk detektálni. Így ha  $5/8$  beütéses feltételünk volt, lecsökken  $5/7$ -re. Majd fokozatosan elérjük az  $\alpha_7$  szöveget, ekkor 1. és 7., 2. és 8. kamrák csúsznak ki egymás alól, s a max 6 pontra és a feltételünk pedig  $5/6$ -ra csökken le. Ezt a két esetet egy módon tudjuk kezelni. Végül a 6 pontos tracket biztosító 1. és 6., 2. és 7., 3. és 8. kamrák nem lesznek egymás fellett, s a feltételünk  $5/5$  lesz. A matematika nyelvére lefordítva tetszőleges kamraszám és ekvidisztáns kamrák közti távolság esetén a következő az egyenlet:

$$l_x(s_x) = \begin{cases} L_x - h|s_x| + 2(N_K - K)a|s_x|, & |s_x| < L_x/h \\ (L_x - (K - 1)a|s_x|) + (N_K - K)a|s_x|, & L_x/h < |s_x| < L_x/(Ka) \\ (N_K - (K - 1))(L_x - (K - 1)a|s_x|), & L_x/(Ka) < |s_x| < L_x/((K - 1)a) \\ 0, & L_x/((K - 1)a) < |s_x| \end{cases} \quad (4)$$

A hatásfokot tekintve egy a binomiális eloszlásból származtatott egyszerűbb formát alkalmaztam úgy, hogyha  $\alpha_{K+1}$  nagyobb a beérkezési szög 1 legyen a érték míg, ha ettől nagyobb  $\eta_{kamra}^K$  legyen az érték, ahol az  $\eta_{kamra}$  egy kamra hatásfoka, a  $K$  pedig a track feltétel:

$$\eta_{detektor}(s_x) = \begin{cases} 1, & L_x/(Ka) > |s_x| \\ \eta_{kamra}, & L_x/(Ka) < |s_x| < L_x/((K-1)a) \\ 0, & L_x/((K-1)a) < |s_x| \end{cases} \quad (5)$$

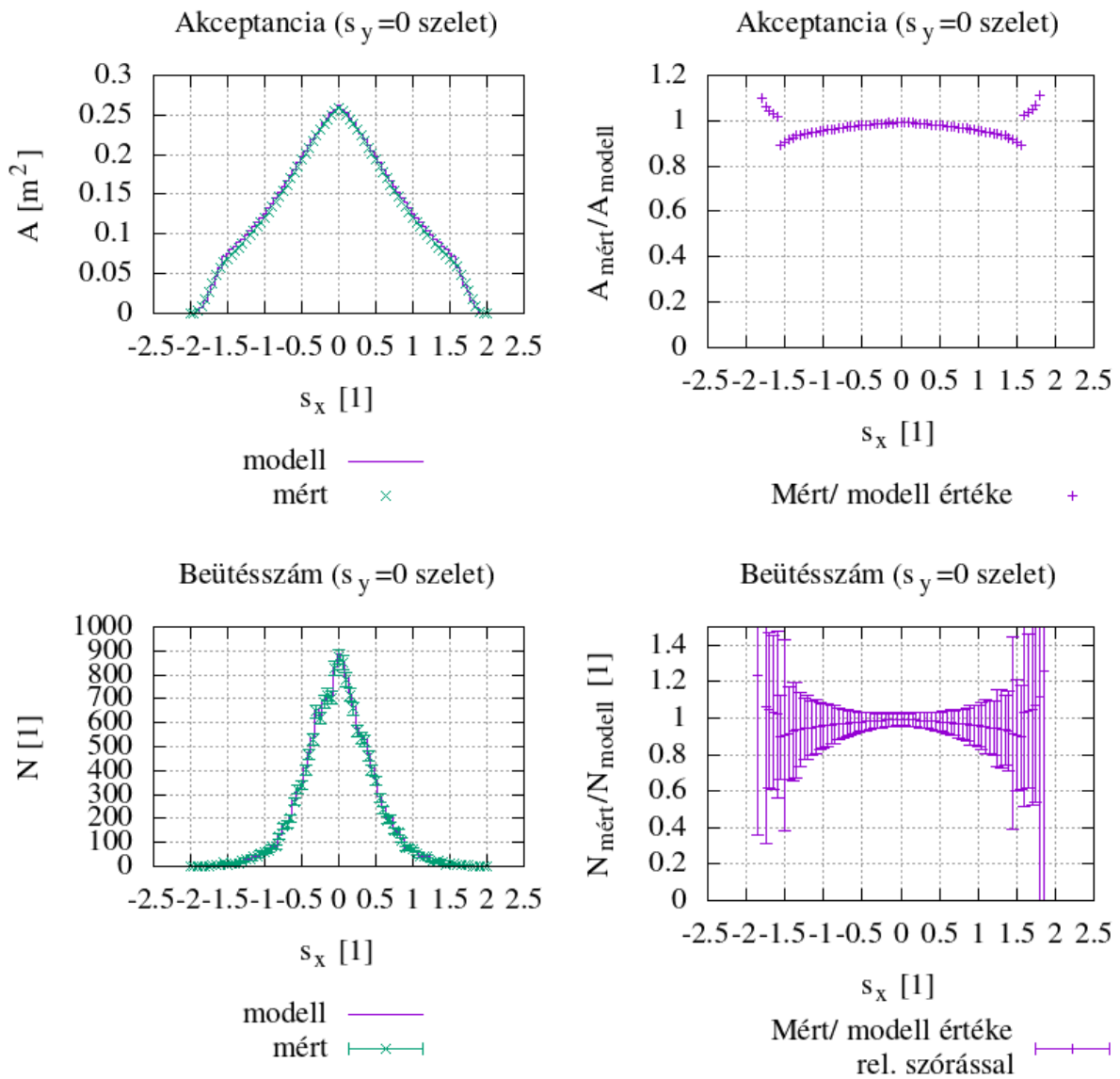
Végül az  $y$  irányú beérkezési szöget  $\alpha_y = 0^\circ$  fiksáltam le, ebből következik, hogy az  $y$  irányú komponens az akceptanciának  $L_y$  lesz. Az 1D modell teljes egészében pedig a következő lesz:

$$A_{eff} = l_x(s_x) \cdot L_y \cdot \frac{1}{\sqrt{1+s_x^2}} \cdot \eta_{detektor}(s_x) \quad (6)$$

Ezzel az akceptanciával kiegészített direkt probléma modellt C++ programnyelvre implementáltam.

Az eredmények összehasonlítását elvégezve (lásd:23.ábra) az a következtetés vonható le, hogy a modell közepén már jól korrelál a mért értékekkel, a széleken pedig megjelent a letörés is. A letörést az okozza, hogy elérjük az  $\alpha_{K+1}$  kritikus szöget, így csak  $K/K$  pontos tracket fogunk detektálni, s ehhez a tartozó akceptancia gyorsabban csökken. A hányadosukban is jól megfigyelhető ezen mintázat.

A modell 2D-s kiterjesztésénél már nehezebb a helyzet, mert már mindkét irányba kicsúszhatnak a kamrák. Így tovább bonyolódhat rekonstrukciós algoritmusból és a detektor geometriájából származó effektus, és határfok számítása.

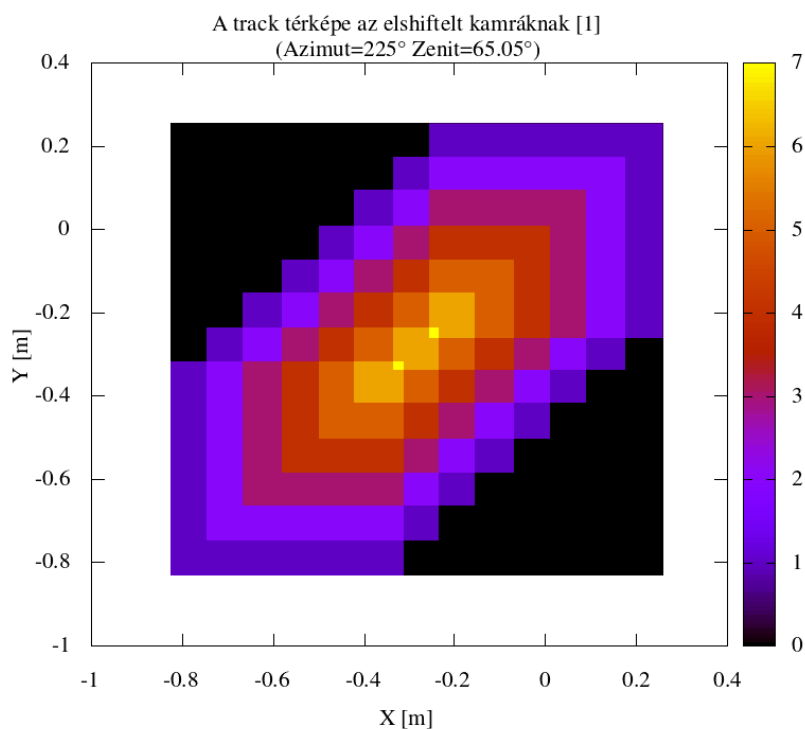


23. ábra. Az akceptancia és beütésszám modellezett és mért értékeinek kvalitatív és kvantitatív összehasonlítása kivágott szeleteken. Az akceptancia szeleteken észrevehető, hogy megjelent a kívánt letörésünk, a hányadoson is jobban tart a széleken az egyhez. A beütésszámok korrelálnak egymással, hányadosukban pedig az akceptancián megfigyelt mintázat jelenik meg.

## 2.4. A direkt probléma 2D általános modellje

A 2D-s általános modellt egy új szemlélet segítségével oldottam meg, ugyanis, ha adott szögből beérkező müonnyaláb szemszögéből nézzük a kamrák ténylegesen kicsúsznak egymás alól x és y irányban is, viszont létrejönnek adott metszeti területek, amiknek pontosan kiszámolható, hogy hány kamrán megy át a müonnyaláb. Konkrétabban ezeken a metszeti területeken hány kamrát dőf át az áthaladó nyalábunk, tehát hány pontos track feltételt teljesít.

Továbbá fontos, hogy általánosítsuk a geometriai függést is, mivel eddig csak felszín alatti mérés elrendezés esetében tudtuk alkalmazni a modellünket, de a felszín feletti méréselrendezés sokkal bonyolultabb hiszen  $90^\circ$ -kal el van forgatva és x vagy y irányban el vannak csúsztatva a kamrák, hogy rá tudjanak fókuszálni a célobjektumra. Viszont még a felszín alatti elrendezések között is vannak különleges elrendezéssel rendelkezők, vagy pár milliméteres x, y irányú tolast is szoktunk alkalmazni ennél a típusnál. Ezekből következik, hogy fontos az általánosítás.

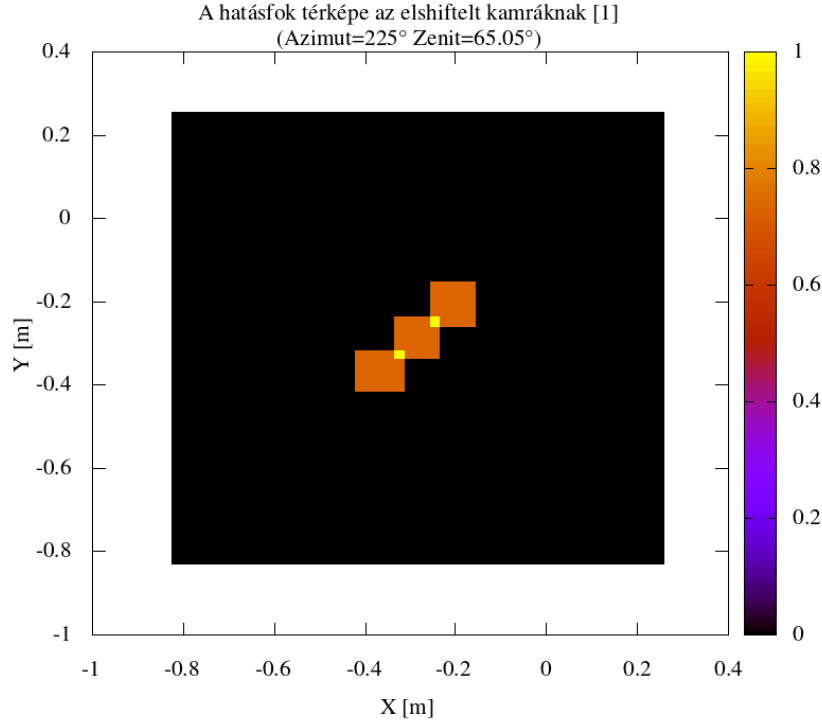


24. ábra. Ha a 8. képletet kiszámoljuk az első kamra kezdőpontja és az utolsó kamra végpontja között, kapjuk meg a valós track mapjét a detektornak. Ebben az esetben a  $\phi = 225, \theta = 65,05$  szögben érkező müonok, mekkora területeken hanyas tracket produkálnak a detektoron belül.

Ezen két elgondolást ültettem át a matematika és programozás nyelvére. Amire szükségünk van ehhez, mint bementi fájlra, a geometriát leíró úgynevezett .db fájlra. Ami minden egyes detektor esetében egyedi. Ebből megtudhatjuk a kamrák z irányú pozícióját ( $Z_i$ , ahol  $i$  az  $i$ . kamrát jelöli), és könnyen számolható a kezdő- ( $X_{1_i}, Y_{1_i}$ ) és végkoordinátájuk ( $X_{2_i}, Y_{2_i}$ ) a detektorrendszerben.

A Z koordináta és a beérkezést jellemző  $s_x = \tan \alpha_x, s_y = \tan \alpha_y$  adatok ismeretében könnyen kiszámítható, hogy mekkora látszólagos tolast szenvednek el a kamráink a következő képlet szerint:

$$S_{x_i} = Z_i s_x, \quad S_{y_i} = Z_i s_y \quad i = 1, 2, \dots, N_K \quad . \quad (7)$$



25. ábra. Ha a 24. ábrán látható adatokra alkalmazzuk a 9. képletet, akkor kapjuk meg a fentebb látható hatásfoktérképet. Ha pedig ezt kiintegráljuk és beforgatjuk az érkezési irányra merőlegesen a 10.képlet szerint, akkor megkapjuk az adott szöghöz tartozó akceptancia értéket. Ezt kell aztán behelyettesíteni a 2. képletbe, így kapjuk meg adott szögek esetén a beütésszámot az általános modell esetén.

Miután megkaptuk a látszólagos eltolásokat, s ezek alapján térben ténylegesen eltolom a detektorokat, amiknek területére egy pontos tracket definiáltam, így ha az eltoló kamrákat összeadom, megkapom a kamrák metszeti területein hány detektoron megy át a műonnyaláb ténylegesen (lásd: 8. képlet). Pontosabban adott dőfésponthoz, hány pontos track tartozik ( $K_T$ ).

$$K_T(x, y) = \sum_{i=1}^{N_K} \begin{cases} 1, & (X_{1_i} + S_{x_i}) \leq x \leq (X_{2_i} + S_{x_i}) \text{ és } (Y_{1_i} + S_{y_i}) \leq y \leq (Y_{2_i} + S_{y_i}) \\ 0 \end{cases} \quad (8)$$

Ezen képlet eredményét 24. ábrán láthatjuk  $[(X_{1_1} + S_{x_1}) : (X_{2_{N_K}} + S_{x_{N_K}})] [(X_{1_1} + S_{x_1}) : (Y_{2_{N_K}} + S_{y_{N_K}})]$  tartományon ábrázolva. Nagyon szépen kivehető a metszeti területek és a hozzájuk tartozó dőfésszám, hogy ténylegesen hány pontos tracket fogunk detektálni adott területen.

Ha ismerjük, hogy ténylegesen hány pontos a trackünk, akkor ennek tudtában könnyen számolhatóvá válik az adott területhez tartozó hatásfok:

$$\eta_{detektor}(K_T) = \begin{cases} 1, & K_T > K \\ \eta_{kamra}, & K_T = K \\ 0. \end{cases} \quad (9)$$

A 9. képlet tulajdonképpen a 24. ábra eredményére szűrőként alkalmazható, így pedig megkapjuk a hatásfok térképet, a 25. ábrát. Ezt pedig kiintegrálva a fentebbi tartományra kapjuk meg az adott beérkezési szöghöz tartozó akceptanciát:

$$A_{eff} = \int_{X_{1_1}+S_{x_1}}^{X_{2_{N_k}}+S_{x_{N_k}}} \int_{Y_{1_1}+S_{y_1}}^{Y_{2_{N_k}}+S_{y_{N_k}}} \eta(K_T(x,y)) \, dx dy \frac{1}{\sqrt{1+s_x^2+s_y^2}}. \quad (10)$$

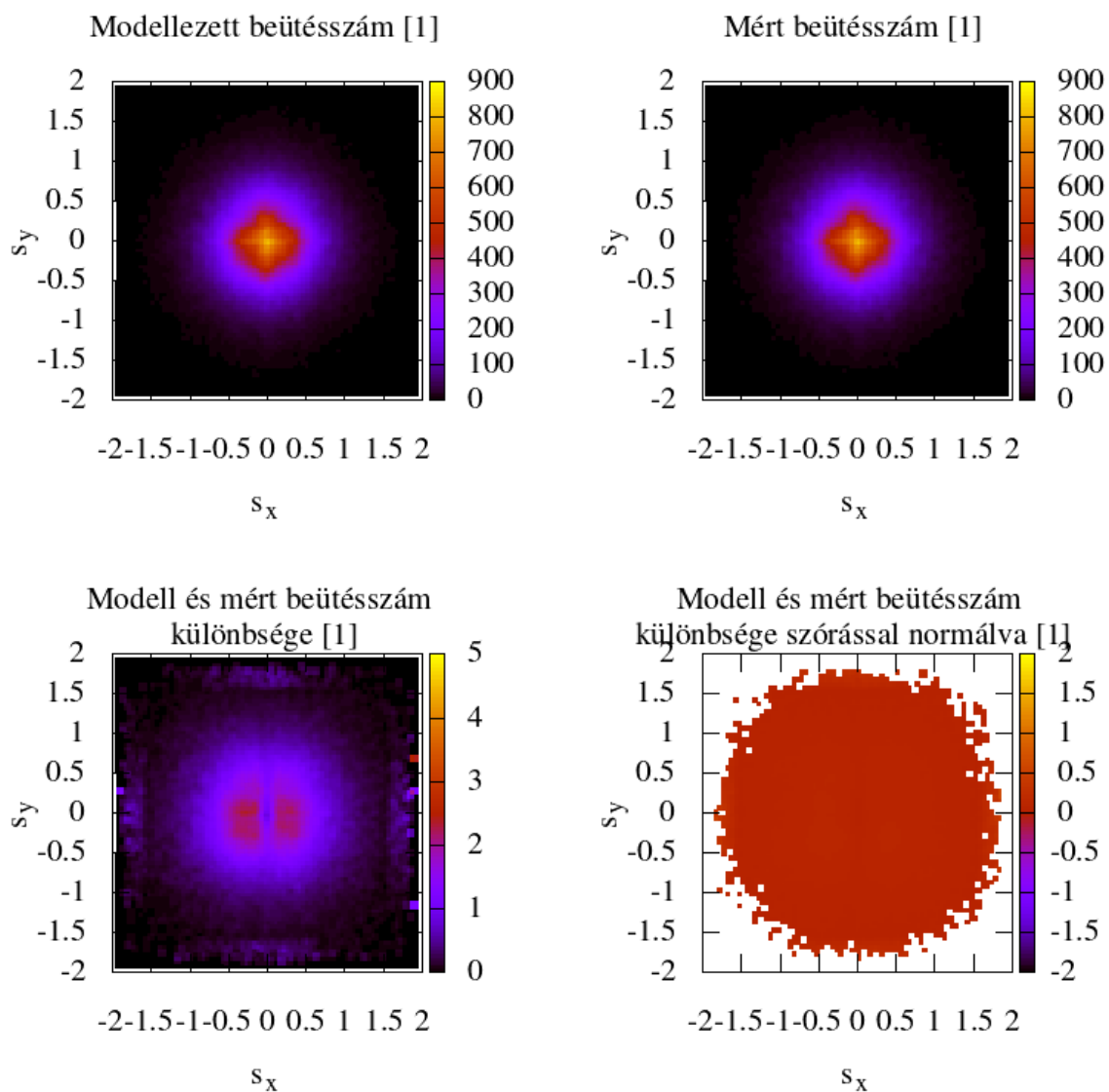
Összegezve a direkt probléma általános modellje a következő lesz:

$$N = F \cdot t \cdot \int_{X_{1_1}+S_{x_1}}^{X_{2_{N_k}}+S_{x_{N_k}}} \int_{Y_{1_1}+S_{y_1}}^{Y_{2_{N_k}}+S_{y_{N_k}}} \eta(K_T(x,y)) \, dx dy \cdot \frac{1}{\sqrt{1+s_x^2+s_y^2}} \cdot \frac{ds_x \cdot ds_y}{(1+s_x^2+s_y^2)^{3/2}}. \quad (11)$$

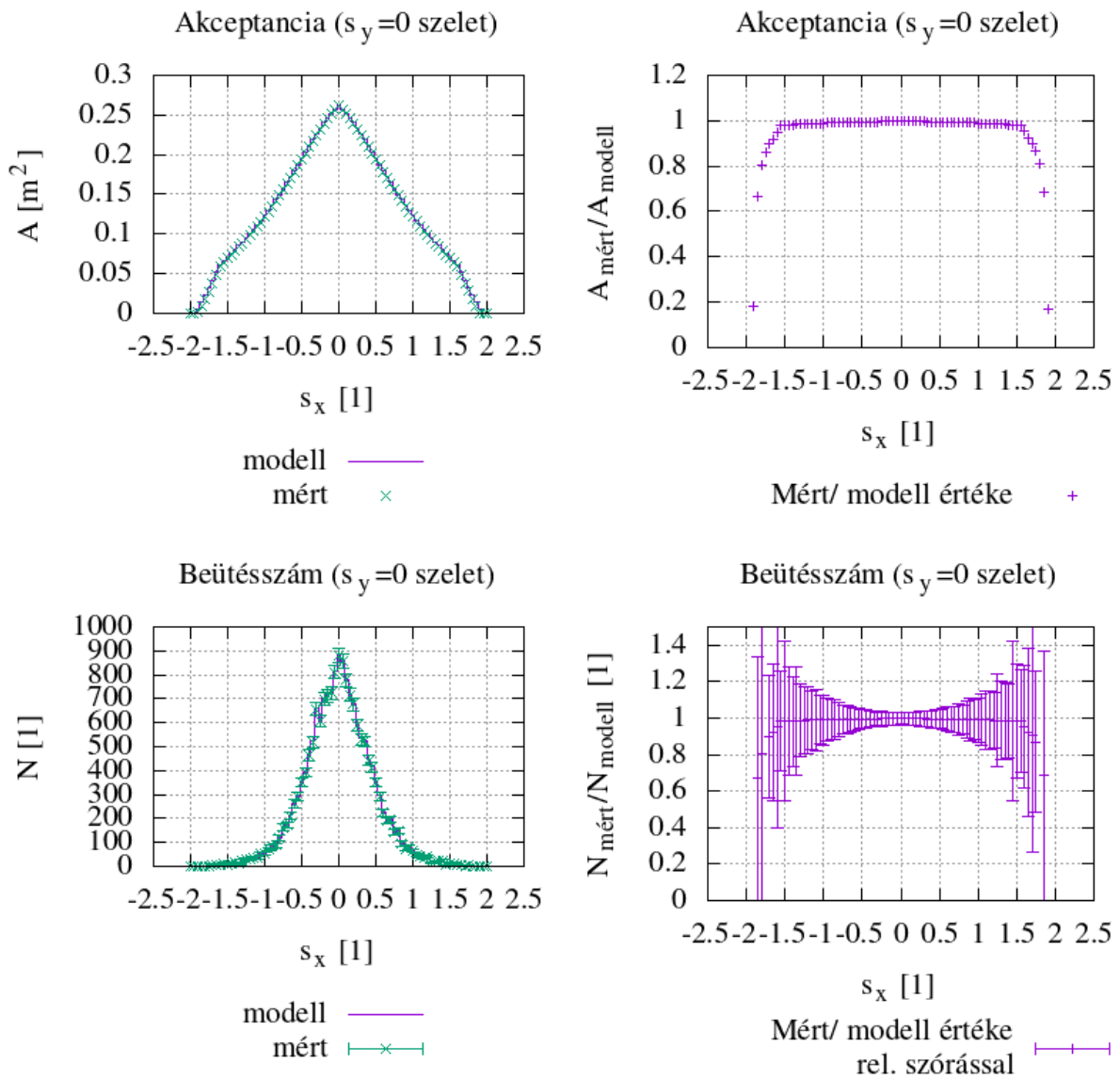
A modellt ezen a ponton ténylegesen hasznos volt lefordítani valamilyen programnyelvre a könnyebb kezelhetőség végett, itt is a C++ nyelvet használtam az implementáláshoz.

Ha a labormérés eredményét összehasonlítjuk az általános modellel, akkor a 26. ábrán jól látható, hogy a különbségük igen alacsony lesz, 2-3 körüli beütésszám, szórással normált különbségük pedig közel 0. Az 1D-s szeleteket kivágva (lásd: 27. ábra), kvalitatíve a mért és modell értékek jól korrelálnak egymással, hányadosuk 1-hez tart, csak a detektor szélein becsüli felül a modell a mért értékeket, amit az úgynevezett széleffektus okoz.

Elmondható, hogy egy olyan modellt kaptunk, amellyel bármilyen elrendezéssel rendelkező detektor esetén képesek vagyunk beütésszámot számolni a mérési paramétereket figyelembe véve.



26. ábra. A két felső ábra balról jobbra a modell majd a mérés eredményei. Ha megnézzük az összehasonlításukat, a bal alsó ábrán látható, hogy csak pár beütésben különböznek. Ha pedig a szórással normált változatát nézzük, akkor pedig megfigyelhető, hogy ez az érték 0-hoz közeli értékeket ad.

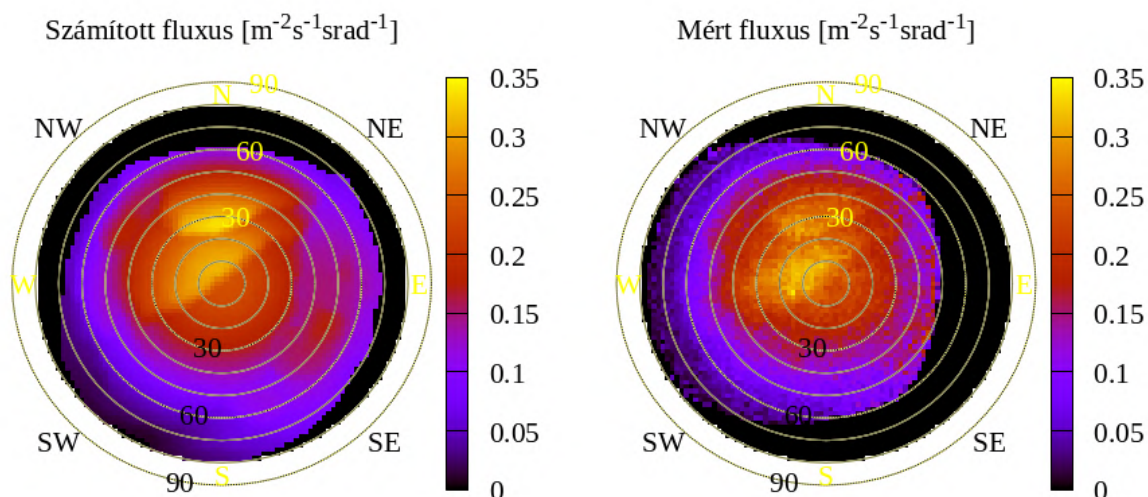


27. ábra. Ha az akceptancia és beütésszámok szeletein vizsgáljuk meg a modell helyességét, azt a következtetést vonhatjuk le, hogy kvalitatíve jól korrelál a modell a mért értékekkel (első oszlop), míg kvantitatíve hányadosuk egyhez tart, csak a széleken lő túl a modell. Ez az úgynevezett széleffektus következménye, ami a rekonstrukciós algoritmusból és a detektor geometriájából adódik.

## 2.5. Az Esztramosi kampányból származó mérés vizsgálata

Miután sikerült felállítani az általános direkt probléma modellt szükséges volt, hogy implementáljam a REGARD csoport által fejlesztés alatt álló komplex feldolgozó program részévé. Ezt megoldva komplex méréstervezéssel vagy mérésvizsgálattal kapcsolatos kérdések vizsgálata vált lehetővé.

Első feladatként az Esztramos kampányból származó az **Mtl1** detektorral mért **Run148** mérés eredményének kimutathatósági vizsgálatát végeztem el. Rábóczy Bence kollégám foglalkozott részletesen az Esztramos-hegyet célzó mérésekkel. [Rábóczy 2024]



28. ábra. Az alapmodellből számított és a mért fluxust látjuk. Szabad szemmel is észrevehető a kettő közötti különbség, amit az okoz, hogy nem vettük ki az alapmodellből az ismert járatokat és barlangokat.

Ezt azt jelentette, hogy a mért értéket összehasonlítottam egy alapmodell kalkulált értékeivel, hogy megnézem az anomália mennyire emelkedik ki az alapmodellhez képest, hogy a szóráshoz képest hányszorosa a különbség a kettő között, elérte a kívánt konfidencia szintet. Ebben a szituációban anomáliaként az ismert járatokat és barlangokat definiáltam.

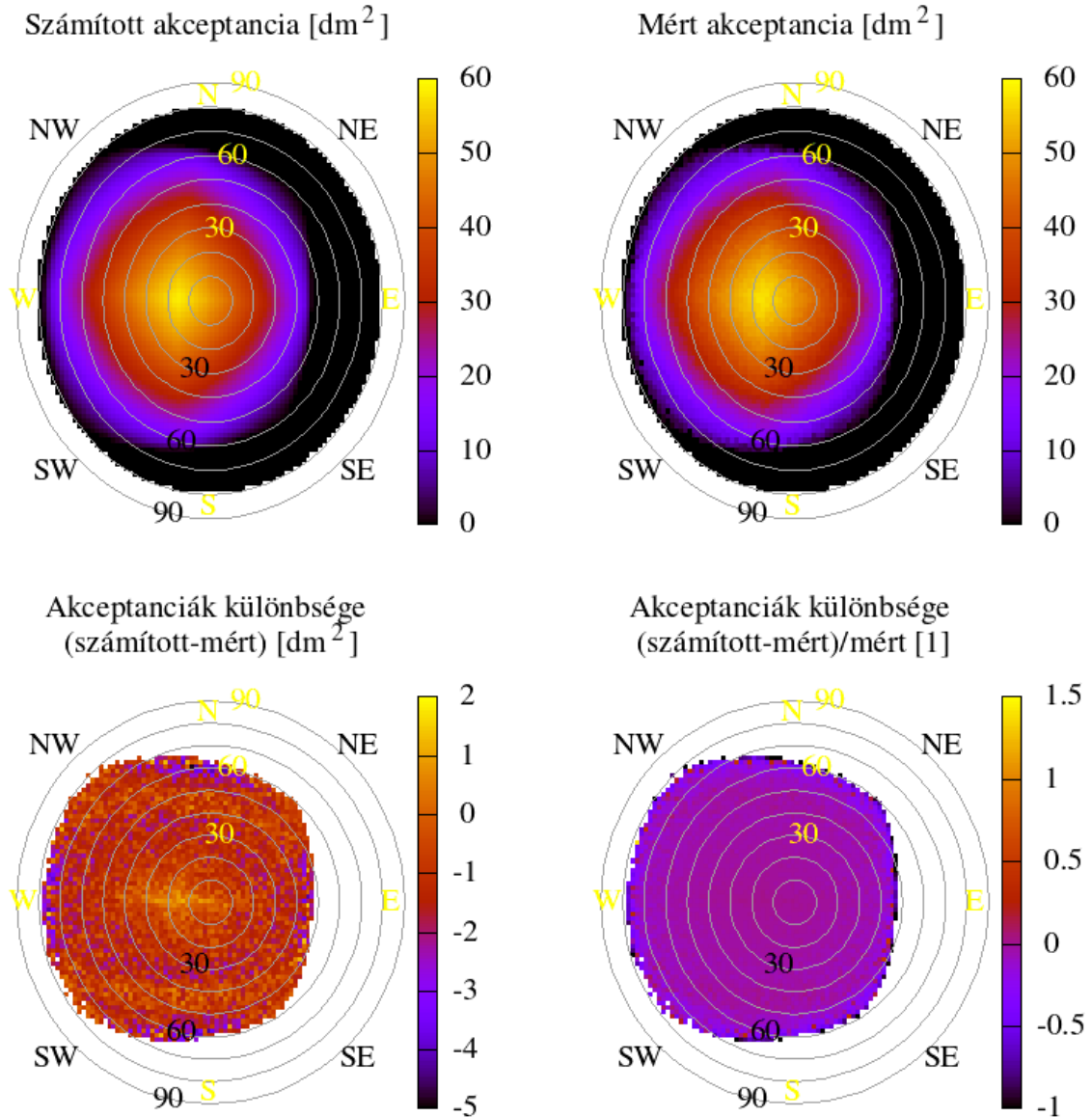
Az alap geológiai modellemet az Esztramos felszínével rendelkező homogén kőzettestként határoztam meg. Ami azt jelentette, hogy a területet jellemző pontfelhőt (**Esztramos.dem**) beolvasva, homogén kőzettestet feltételezve, számítottam ki az ehhez tartozó kőzethosszat. A mérésből származó sűrűséghosszból és az alapmodellhez tartozó kőzethosszból megbecsültem az átlagos sűrűséget az alapmodellhez. Majd ennek az értéknek a segítségével konvertáltam át a kőzethosszat sűrűséghosszra. Végül a sűrűséghosszat számoltam át fluxussá. Ezen fluxus értékek és az **Mtl1.db** fájlból meghatározott paraméterek képezték a 11. képlet bemenetét.

Először nézzük meg az akceptancia értékeket (lásd: 29.ábra). Jól látható, hogy pár  $dm^2$ -rel tér el a modellezett értékek a mértektől. De ezen eltérés nem jelentős, mint ahogy a hányados térképen látszik.

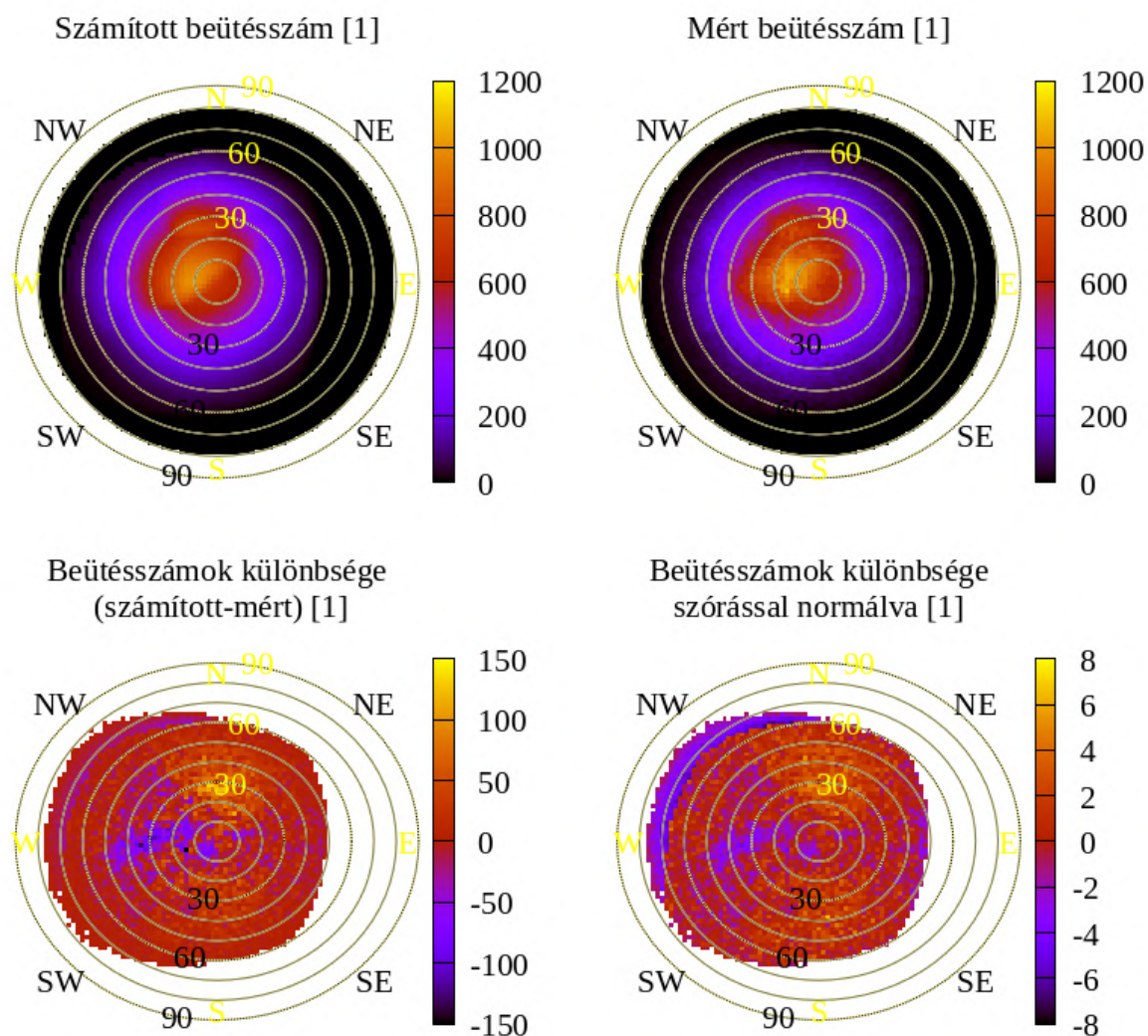
Fluxusok nagyobb különbséget mutatnak (lásd: 28), ami az ismert járatok és barlangok hatása miatt van. Ezen különbséget vizsgáljuk meg részletesebben a beütésszámok tekintetében.

A beütésszámok összehasonlítása tekintetében az 30.ábra különbség részábráján jól látszik, hogy a mért értékek akár 100-150 beütéssel kisebbek is lehetnek mint a mért értékek. Ezt az anomáliának definiált alagutak és barlangok okozzák. De mennyire emelkednek ki ezek a szóráshoz képest, ennyire lehetünk biztosak a detektálás tényében. Erre a szórással normált

különbség ábrát kell részletesebben megnéznünk. Láthatjuk, hogy az előbb említett területeken  $-4\sqrt{N_{Esztramos}} = -4\sigma$  körüli értékeket ad, ami ha abszolútértékét vesszük nagyobb lesz mint a 95%-os kimutathatósági határt jelentő  $3\sigma$ . Erre alapozva megállapítható, hogy tényleges effektust produkáló „anomáliát” látunk.



29. ábra. A számított és mért akceptanciák kvalitatíve megegyeznek, de részletesebb összehasonlítás során láthatjuk, hogy pár  $dm^2$  különbség van a kettő között (bal alsó ábra), a mért akceptanciához viszonyítva ez az érték nem jelentős (jobb alsó ábra).



30. ábra. Az első ábrán balról jobbra az alapmodellből számított beütésszám és a mérésből származó beütésszám látható. Ha összehasonlítjuk őket a különbség ábrán, láthatóvá válik, hogy vannak olyan részek, ahol akár 100-150-nel kevesebb beütésszámot kaptunk a modellből számított esetben, ami kőzethiány miatt lehetséges. Ez az ismert járataink és barlangok figyelembe nem való vétele miatt van. De ezen anomália mennyire emelkedik ki a szórásból, mennyire lehetünk biztosak, hogy valósak ezek. A jobb alsó ábrán látható, hogy ezen területek körülbelül  $-4\sqrt{N_{Esztramos}} = -4\sigma$ , ami abszolútértékét véve nagyobb mint a 95%-os kimutathatósági határhoz tartozó  $3\sigma$ .

## 2.6. Egyszerű geológiai modellek mérésidejének becslése

Következő lépésként rátérhetünk a mérésidő becslésre, mivel már egy jól működő validált általános modellje a rendelkezésünkre áll a direkt problémára. Így mérésidő becslésére alkalmas munkamenet felállítására tudtam összpontosítani.

A két legfontosabb elemünk, hogy legyen egy alapmodellünk, amihez képest akarom vizsgálni az anomáliát tartalmazó modellt, és maga az anomáliát tartalmazó modell. Ugyanis első lépésként egységnyi időre ( $t_{unit}$ ) ki kell számolni mind a kettő beütésszámát. Ennek a kettőnek a különbségét képezem, amit a különbség szórásával (12. képlet) normálok (13. képlet). Így megkapjuk az egységnyi idő alatt hány  $\sigma$ -ra tér el a modellünk az alapmodelltől. Végezetül  $3\sigma$  értéket határoztam meg a kimutathatóság határként, így a szükséges mérés időt a 15. képlet alapján kapom meg binenként.

$$\bar{\sigma} = \sqrt{N_{\text{alapmodell}} + N_{\text{modell}}} \quad (12)$$

$$\delta\sigma_{unit}(t_{unit}) = \frac{|N_{\text{modell}} - N_{\text{alapmodell}}|}{\bar{\sigma}} \quad (13)$$

$$\delta\sigma_{\text{kimutathatóság}} = 3 \quad (14)$$

$$t_{\text{szükséges}} = (\delta\sigma_{\text{kimutathatóság}} / \delta\sigma_{unit}(t_{unit}))^2 \quad (15)$$

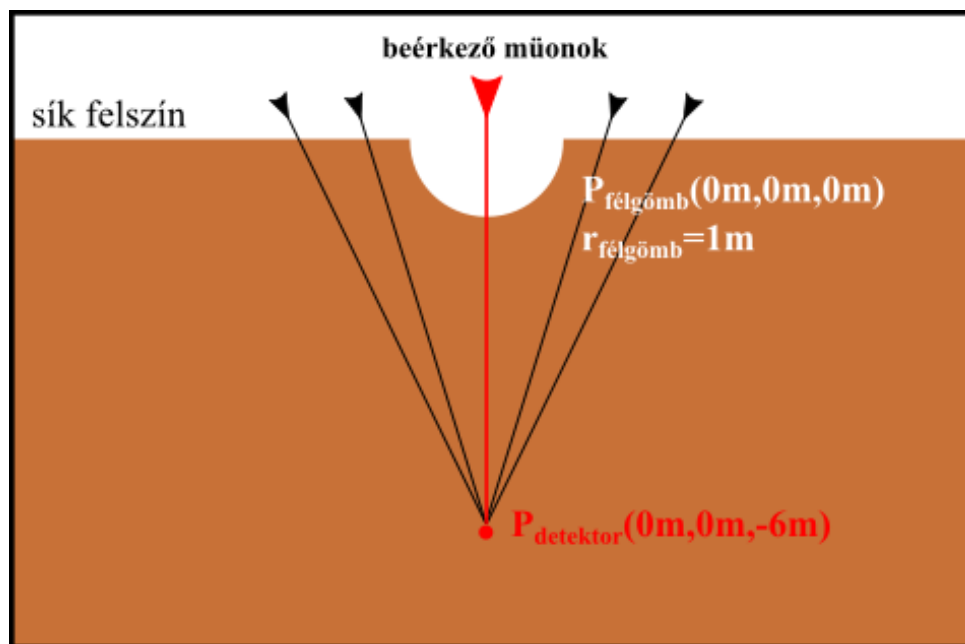
Ezen lépéseket hozzátéve eddig felállított munkamenetemhez kapjuk meg a mérésidőbecslés teljes folyamatát. Ezt fogom alkalmazni az elkövetkezendő alfejezetekben és következő fejezetben. A következő két fejezet két egyszerű geológiai modell mérésidőbecslését tartalmazza.

### 2.6.1. Felszínen egy félgömb mélyedés

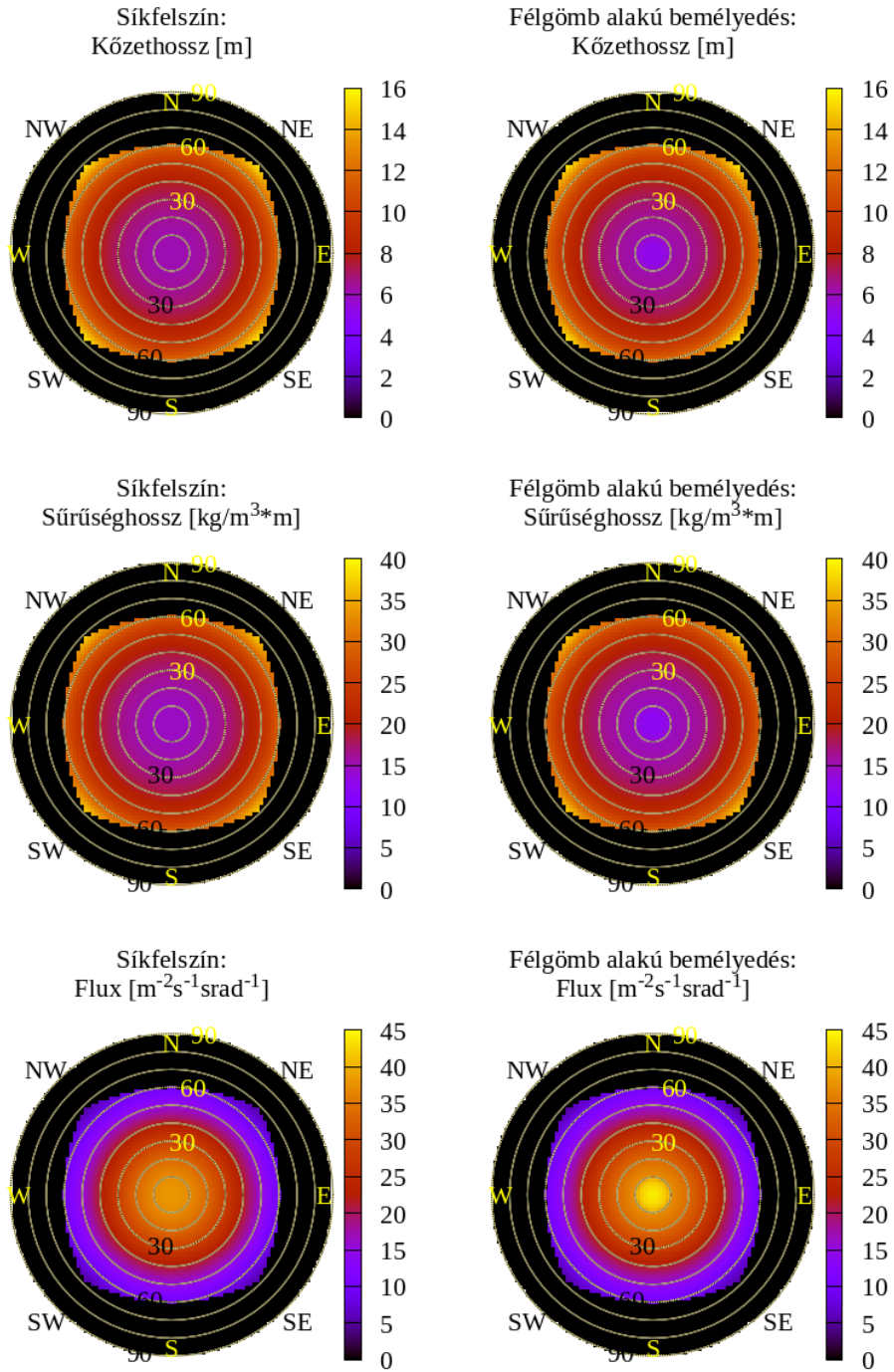
Az első anomáliás modellem, aminek a szükséges binenkénti mérésidejét kiszámolom, egy 1m sugarú  $P_{\text{félgömb}}(0m, 0m, 0m)$  középponti koordinátával rendelkező félgömbmelyédes síkfelszínen, a kőzettestet homogénnek veszem  $\rho = 2.4g/cm^3$  sűrűséggel. Az alapmodell, amihez képesti kimutatáshoz szükséges időt meg szeretném határozni, síkfelszínnel rendelkező homogén ugyanolyan kőzetsűrűséggel rendelkező modell. A detektort  $P_{\text{detektor}}(0m, 0m, -6m)$  pozícióban helyeztem el, a detektort nem döntöttem és forgattam be.

Az eddigi munkafolyamatot követve a felszíni modellek segítségével kiszámoltam a kőzethosszakokat, majd az átlagsűrűség értéket ismerve a sűrűség-hosszakokat, ezt konvertáltam át a fluxussá (32. ábra), ami a bemeneti adat az általános direkt modellhez.

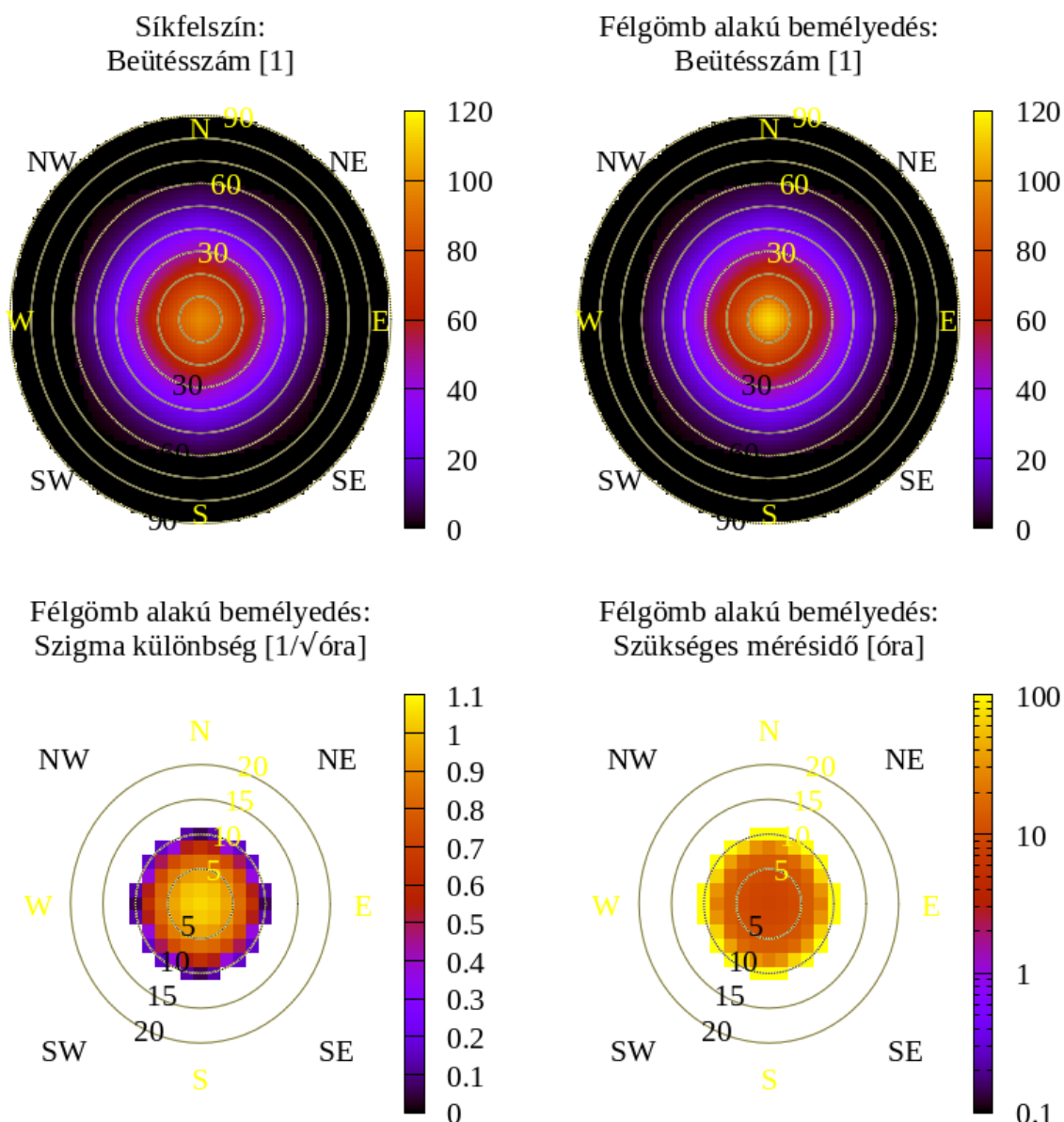
Következő lépésként 11. képletet használva egy óra mérésidőhöz kiszámoltam a beütésszámokat (lásd:33. ábra felső sora). Jól látható, hogy a félgömb által okozott kőzethiány miatt nagyobb maximális értéke lesz az anomáliás modellnek. Ezen eredményeket felhasználva kaptam meg az egy óra alatt kialakuló szórás különbséget az anomáliás és az alapmodell között (lásd:33. ábra bal alsó alábrája). Ennek a középpontra vonatkoztatott értéke körülbelül  $1\sigma/\sqrt{\text{óra}}$ , a széleken viszont megfigyelhető, hogy jelentősen lecsökken ezen érték. Ennek következménye, hogy a középpont kimutatásához szükséges idő 10 óra körüli, míg a széleken teljesen elszáll.



31. ábra. Itt látható az anomáliás modellünk, ami egy síkfelszínen lévő 1m sugarú félgömb alakú bemélyedés  $(0m, 0m, 0m)$  középponti koordinátával, homogén kőzettestet feltételezve  $\rho_{\text{kőzettest}} = 2.4g/cm^3$  sűrűséggel. A detektort pedig közvetlenül a félgömb alá helyeztem el 6 méterrel a felszín alatt. A fekete nyilakkal a kőzettesten, míg a piros nyíllal az anomálián átmenő müonokat jelöltem az ábrán.



32. ábra. Ezen ábresorozat a részeredményeket szeretné bemutatni az egyes lépéseket mind az alapmodell mind az anomáliás modell esetén. A kapott DEM fájlokból első lépésként kőzethosszakokat számoltam ki (a felső sora az ábrának). Majd az átlagos sűrűség ismeretében ezt átkonvertáltam sűrűségghosszokra(középső sor az ábrának), ezt pedig fluxussá ( az utolsó sor). Mind a három részeredményt bemutató ábrán láthatóvá válik, hogy a bemélyedés által okozott kőzethiány miatt magasabbak a maximális értékek az anomáliás modell esetén.

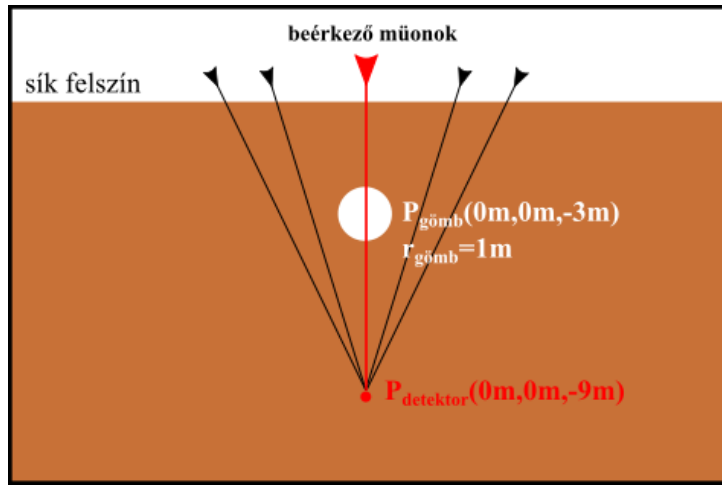


33. ábra. Az előzőekben kiszámolt fluxusok alkotják a bemenetet a beütésszám kalkulációhoz. Egy napos mérésidőt alapul véve a kiszámolt beütésszámokat a felső sor ábrázolja. A bal alsó ábra az egy óra alatt kialakuló szórás különbséget ábrázolja binenként. Ennek maximális értéke  $1\sigma/\sqrt{\text{óra}}$  körülbelül, az anomália szélein jelentősen lecsökken ezen érték. Jobb alsó ábrán látható a szükséges mérésidő értékei. A félgömb középpontjának meghatározásához szükséges mérésidő 10 óra, míg a széleken ezen érték elszáll. Ebből adódik, hogy a szélek kimutatásához jelentősen több idő szükséges, mint a középponthoz ezen geológiai modell esetén.

### 2.6.2. Felszín alatt egy vízzel vagy levegővel töltött gömb

Következő megvizsgálandó geológiai modelleim, síkfelszínnel rendelkező homogén kőzettestben egy vízzel (*Modell*<sub>2</sub>) vagy levegővel (*Modell*<sub>1</sub>) teli gömb alkotta, amit a síkfelszínű homogén sűrűségű alapmodellel vettem össze, hogy a szükséges mérésidőt meghatározhasam. A gömb 1m sugarú,  $P_{\text{gömb}}(0m, 0m, -3m)$  koordinátával rendelkezik,  $\rho_{\text{levegő}} = 0g/cm^3$  és  $\rho_{\text{levegő}} = 1g/cm^3$  sűrűséget feltételeztem a két modell esetén,  $\rho_{\text{kőzettest}} = 2.4g/cm^3$ -t pedig

az alapkőzetre. A detektor pozíciója  $P_{\text{detektor}}(0m, 0m, -9m)$  volt. (lásd:34. ábra) A detektor nem döntöttem be és forgattam be.



34. ábra. Fentebb az anomáliát tartalmazó modell egy metszetét látjuk. A modell síkfelszínnel rendelkezik, homogén sűrűség eloszlást feltételezünk  $\rho_{\text{alapkőzet}} = 2.4g/cm^3$  sűrűséggel. Maga az anomáliát vagy levegővel ( $\rho_{\text{levegő}} = 0g/cm^3$ ) vagy vízzel ( $\rho_{\text{levegő}} = 1g/cm^3$ ) teli 1 m sugarú gömb képezi a  $P_{\text{gömb}}(0m, 0m, -3m)$  pozícióban. A detektor  $P_{\text{detektor}}(0m, 0m, -9m)$  pontban van elhelyezve, nincsen se döntés se forgatás alkalmazva.

Ezen geológiamodellek esetén érdemes tisztázni, hogyan lehetséges bonyolultabb geológiai modelleket felépíteni, és kiszámolni a hozzájuk tartozó fluxust. Az alapelgondolás, hogy a modelleket alkotó egyes elemek sűrűség hosszait kiszámítjuk egyesével, és mivel ezek additívak, így ezek összege lesz a teljes modellekre vonatkoztatott sűrűség hosszak ( $DL_{\text{Modell}_1}, DL_{\text{Modell}_2}$ ). Ebben az esetben az anomáliát tartalmazó modellt az alapkőzetben megtett, és vagy vízzel, vagy a levegővel teli gömbben megtett út alkotja. Így első lépésként kiszámolom gömbhöz tartozó kőzethossz. A programcsomagunk még ebben a szakaszban nem tudott testeket kezelni, ezért a gömböt két felszínmodellre szedtem szét, és az ezekből származtatott kőzethosszak különbsége lesz a gömbre vonatkozó kőzethossz ( $RL_{\text{gömb}}$ ). Az alapkőzetre vonatkozó kőzethossz ( $RL_{\text{alapkőzet}}$ ) pedig a síkfelszínű homogén kőzetestre és a gömbre vonatkoztatott kőzethossz különbsége fogja megadni. Tehát a modellekre a következőképp kapjuk meg a sűrűség hosszakat:

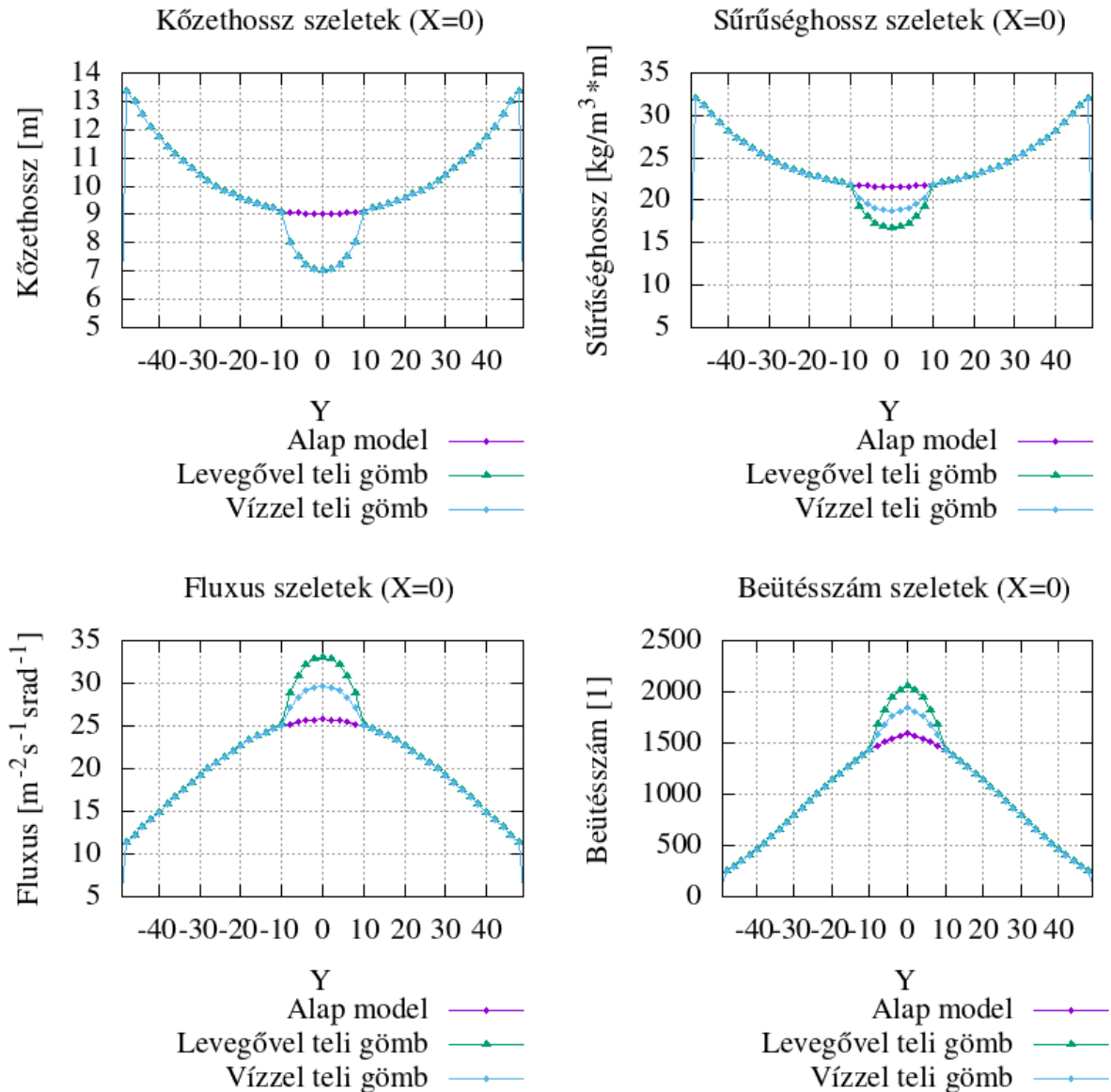
$$DL_{\text{Alapmodell}} = RL_{\text{felszín}} \cdot \rho_{\text{alapkőzet}} \quad (16)$$

$$DL_{\text{Modell}_1} = (RL_{\text{felszín}} - RL_{\text{gömb}}) \cdot \rho_{\text{alapkőzet}} + RL_{\text{gömb}} \cdot \rho_{\text{levegő}} \quad (17)$$

$$DL_{\text{Modell}_2} = (RL_{\text{felszín}} - RL_{\text{gömb}}) \cdot \rho_{\text{alapkőzet}} + RL_{\text{gömb}} \cdot \rho_{\text{víz}} \quad (18)$$

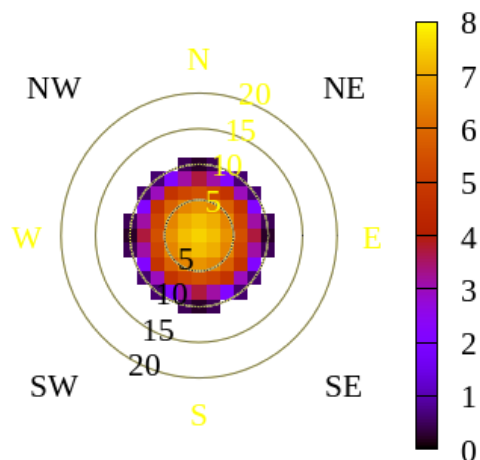
A részeredményeket bemutató szelvényeken (lásd:35) jól látszik a modellek közötti különbség. A kőzethosszban a  $Modell_1$  és  $Modell_2$  között nincs különbség, mivel ugyanakkora kőzethiányt okoznak a kőzetestben, értékük alacsonyabb, mint az anomália nélküli alapmodell esetén. Sűrűség hossz tekintetében a két vizsgált modell már szétválik. A levegővel teli sűrűség hossz értéke veszi fel a legalacsonyabb értéket az (0,0) binben, míg a legnagyobbat az alapmodellhez tartozó sűrűség hossz. Emiatt a fluxusokban egy fordított sorrend alakul ki, ami miatt a beütésszámokban is ezt fogjuk tapasztalni. Hogy a levegővel töltött anomáliával rendelkező modell beütésszáma lesz a nagyobb a gömb környezetében. Amiből következik, hogy a  $modell_1$  és alapmodell közötti beütésszám különbség nagyobb, mint az  $modell_2$  és az alapmodell között 1 nap alatt.

Ezen sűrűség-hosszbeli kontraszt miatt, ugyan ez a tendencia megfigyelhető az egy óra alatt létrejött alapmodellhez viszonyított szóráskülönbségekben is (lásd: 35). Az ábrán jól látható, hogy kétszer annyi szóráskülönbség van a *modell*<sub>1</sub> esetén mint a *modell*<sub>2</sub> esetén. Ebből adódik, a szükséges mérésidők megfordított állást mutatnak. A levegővel teli gömb középpontjához tartozó mérésidő kevesebb mint a vízzel teli gömb esetén. Ebből is látszik, hogy nagyban befolyásolja az anomália és az alapkőzet közti sűrűségkontraszt a szükséges mérésidő nagyságát.

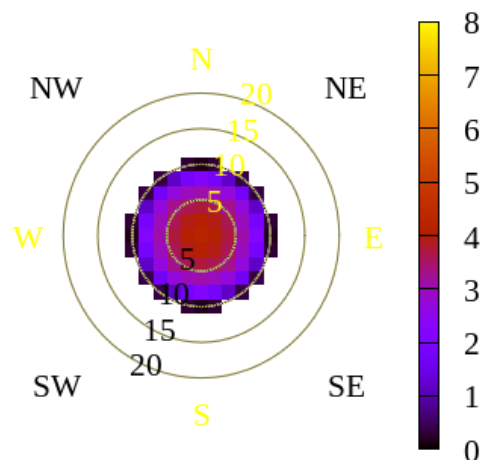


35. ábra. A könnyebb összehasonlítás végett szeleteket vágtam ki az egyes részeredményekből a különböző modellek esetén. Ha megnézzük elsőként a közethosszt, észrevehető, hogy ezen adatokban a vízzel és levegővel teli gömböt tartalmazó modellek értékei megegyeznek. Illetve középen megfigyelhető a gömb által okozott közethiány, az alapmodell értéke itt 9m míg a gömböt tartalmazó modellek esetén csak 7m. A sűrűség-hosszban viszont szétválik a vízzel és a levegővel teli gömböt tartalmazó modellek értékei, nagysági sorrendben középen a legnagyobb értéket az alapmodell, míg a legkisebbet a levegővel teli gömböt tartalmazó modell adja. Ebből következik, hogy a fluxusban és beütésszámban ezen sorrend megváltozik. Fontos észrevétel, hogy a beütésszámbeli különbség nagyobb a levegővel teli gömb esetén.

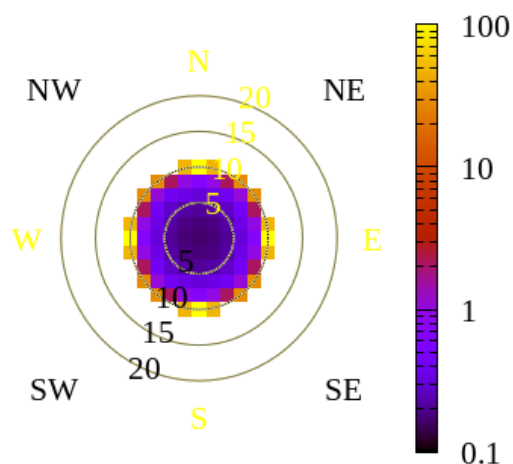
Gömb (levegő) a felszín alatt:  
Sigma különbség [ $1/\sqrt{\text{nap}}$ ]



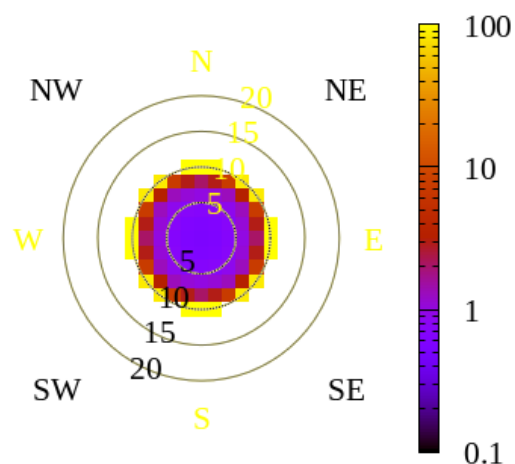
Gömb (víz) a felszín alatt:  
Sigma különbség [ $1/\sqrt{\text{nap}}$ ]



Gömb (levegő) a felszín alatt:  
Szükséges mérésidő [nap]



Gömb (víz) a felszín alatt:  
Szükséges mérésidő [nap]



36. ábra. A 35. beütésszám ábráján jól látható, hogy nagyobb a beütésszám különbség az alapmodell és a levegővel töltött tartalmazó modellünk között, mint a vízzel teli gömb verzió között. Emiatt az egységnyi időre jutó szórás különbség is kisebb, kb. fele akkora lesz a víz esetén, mint a levegővel töltött gömb esetén (felső két ábra). Ennek pedig következménye, hogy kétszer annyi idő szükséges a vízzel teli gömbanomália kimutatásához. Ezen modellezésekből is látszik, hogy létfontosságú, hogy az anomália és az alapközet között megfelelő sűrűséganomália legyen.

## 2.7. JUNLAB-ban végzett mérés modellezése, összehasonlítása és mérés-idejének becslése

Utolsó nagyobb projektként a Jánossy Lajos Földalatti Laboratóriumban végzett mérés modellezését, az első és második szinthez tartozó mérésidő becslését, és a mért értékek egyszerűsített modellre kapott beütésszámokkal való összevetését kaptam végeztem el. Magát a labort és annak jelentőségét röviden ismertettem 1.6.2. fejezetben.

Mivel a laboratórium viszonylag egyszerű geometriával rendelkezik, így a három szintet elfektetett hengerekkel közelítettem a 37. ábrán látható paraméterekkel,  $\rho_{\text{szintek}} = 0\text{g/cm}^3$  sűrűséggel. A felszínt síknak tekintetem, az alapkőzetet pedig homogénnek  $\rho_{\text{alapkőzet}} = 2.2\text{g/cm}^3$  sűrűséggel. Az alapmodellbe nem lett beépítve a második és harmadik szintek, mivel ehhez képest határoztam meg a szükséges mérésidőket. A detektort a harmadik szint végétől 1.565m-re  $45^\circ$ -os szögben bedöntve volt elhelyezve.

Az előző fejezetben ismertetett metódust felhasználva a sűrűségösszegek a következő képletek alapján alakul:

$$DL_{\text{Alapmodell}} = (RL_{\text{síkfelszín}} - RL_{3. \text{ szint}})\rho_{\text{alapkőzet}} + RL_{3. \text{ szint}}\rho_{\text{levegő}} \quad (19)$$

$$DL_{\text{Jánossy modellje}} = (RL_{\text{síkfelszín}} - RL_{1. \text{ szint}} - RL_{2. \text{ szint}} - RL_{3. \text{ szint}})\rho_{\text{alapkőzet}} + RL_{1. \text{ szint}}\rho_{\text{levegő}} + RL_{2. \text{ szint}}\rho_{\text{levegő}} + RL_{3. \text{ szint}}\rho_{\text{levegő}} \quad (20)$$

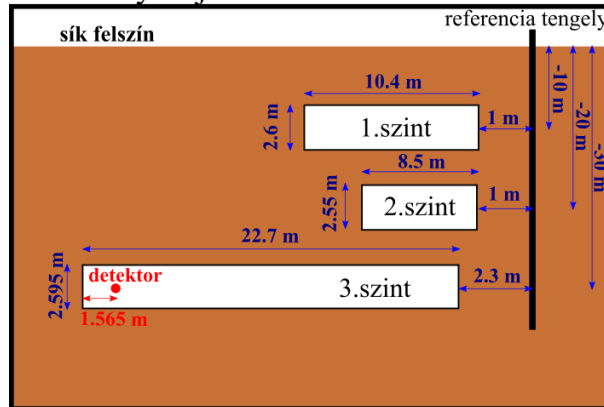
Az egyes modellt alkotó elemek közethosszait és sűrűségösszegeket a 38. ábrán láthatjuk. Az ábra alsó sorában megfigyelhetjük, hogy a síkfelszínű modellhez képesti közethossz és sűrűségösszeg értékei, ha kivágjuk először a harmadik szintet, akkor az ábrázolt tartományon csökken, az első szint [30:50]-es tartományon okoz egy plusz csökkenést, míg a második szint hatása a [50:70]-es tartományon vehető észre.

A kész JUNLAB egyszerűsített modelljét hasonlítottam össze a harmadik szintet tartalmazó alapmodellel. A 39. ábra jobb oszlopában látható, hogy az első és második szint sűrűségösszegében az alapmodellhez képesti  $-5\%$ -os csökkenést okoznak. Fluxus tekintetében viszont ez  $+8\%$  növekedést jelent.

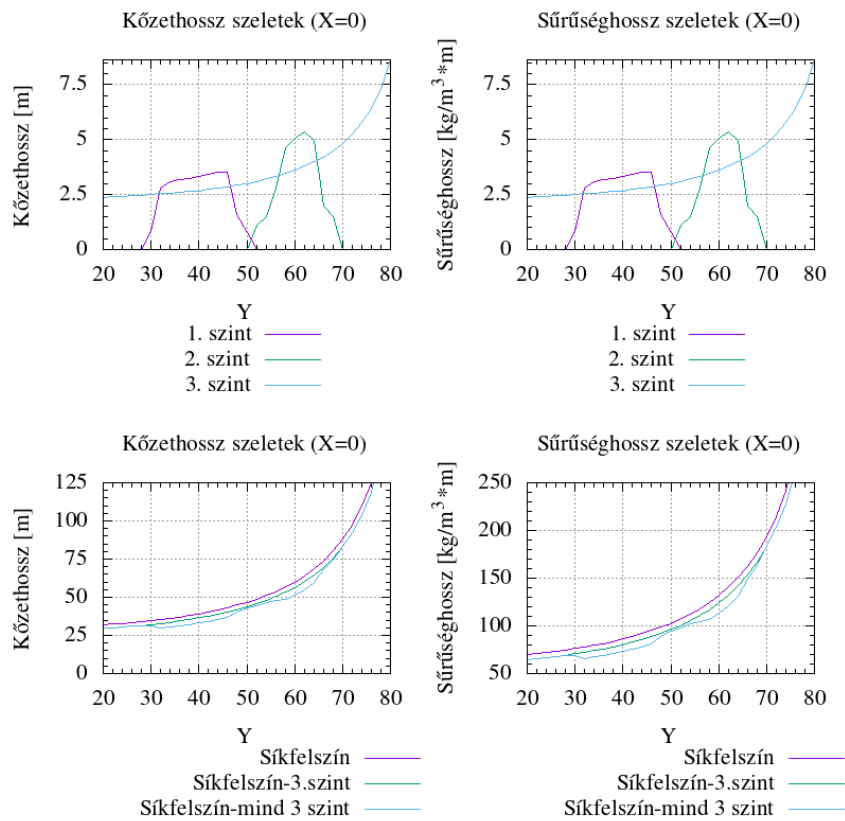
A fluxusok ismeretében kiszámítottam a beütésszámokat 1 napos mérésidőtartamra fentebb említett méréselrendezéssel, a 40. ábra felső sorában látható ezen eredmények. Az ezekből származtatott szóráskülönbség értékeinek ismeretében (bal alsó alábra) számoltam ki a szükséges mérés időt (jobb alsó alábra). Jól megfigyelhető, hogy nagyobb az első szintet tekintve a szóráskülönbség, ezért a szükséges mérésidő is kisebb lesz.  $5^\circ$ -os felbontást követelve 40. ábrán látható eredményeket kapjuk. Az első szint esetén 1.5 hónap a szükséges mérésidő, míg a második szint kimutatásához 3.5-4 hónap kell. A széleken jelentősen magasabbak az időértékek.

Végezetül a JUNLAB egyszerűsített modelljét vettem össze a tényleges méréssel (lásd: 41. ábra). A 41. ábra alsó ábráin látszik, hogy van eltérés a kettő között. A középen megjelenő anomáliát az okozza, hogy nem vettem bele az egyszerűsített modellbe a központi függőleges aknát. A másik eltérést azon közelítésem okozta, hogy síknak vettem a felszínt, de ha megnéznénk a tényleges felszínt annak pont észak felé lenne egy lejtése, ez okozza a többlet beütésszámunkat.

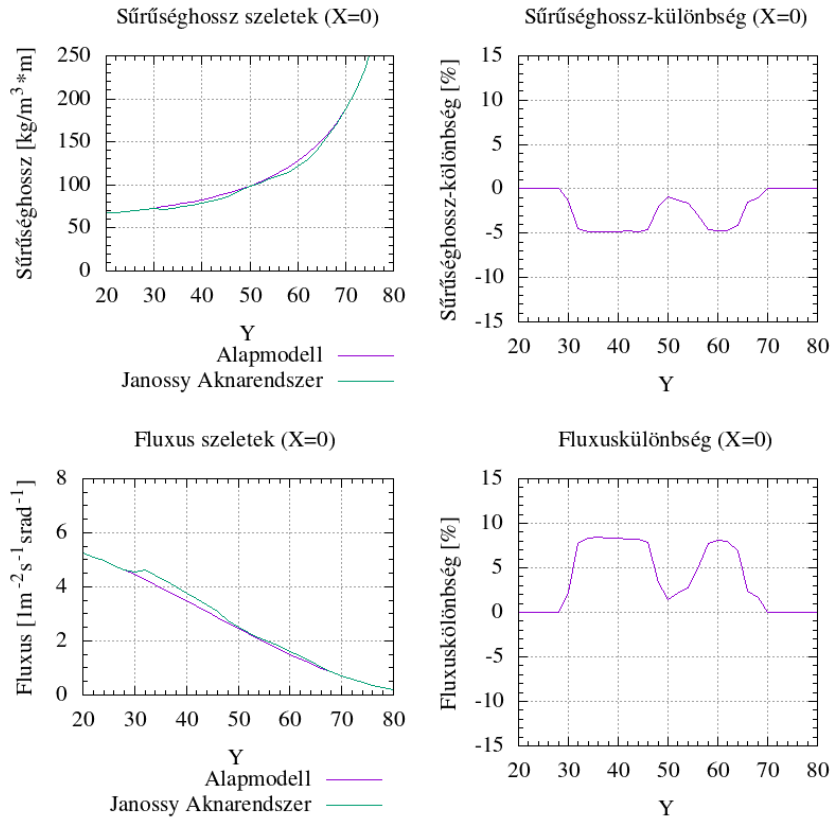
## Jánossy Lajos Földalatti Laboratórium



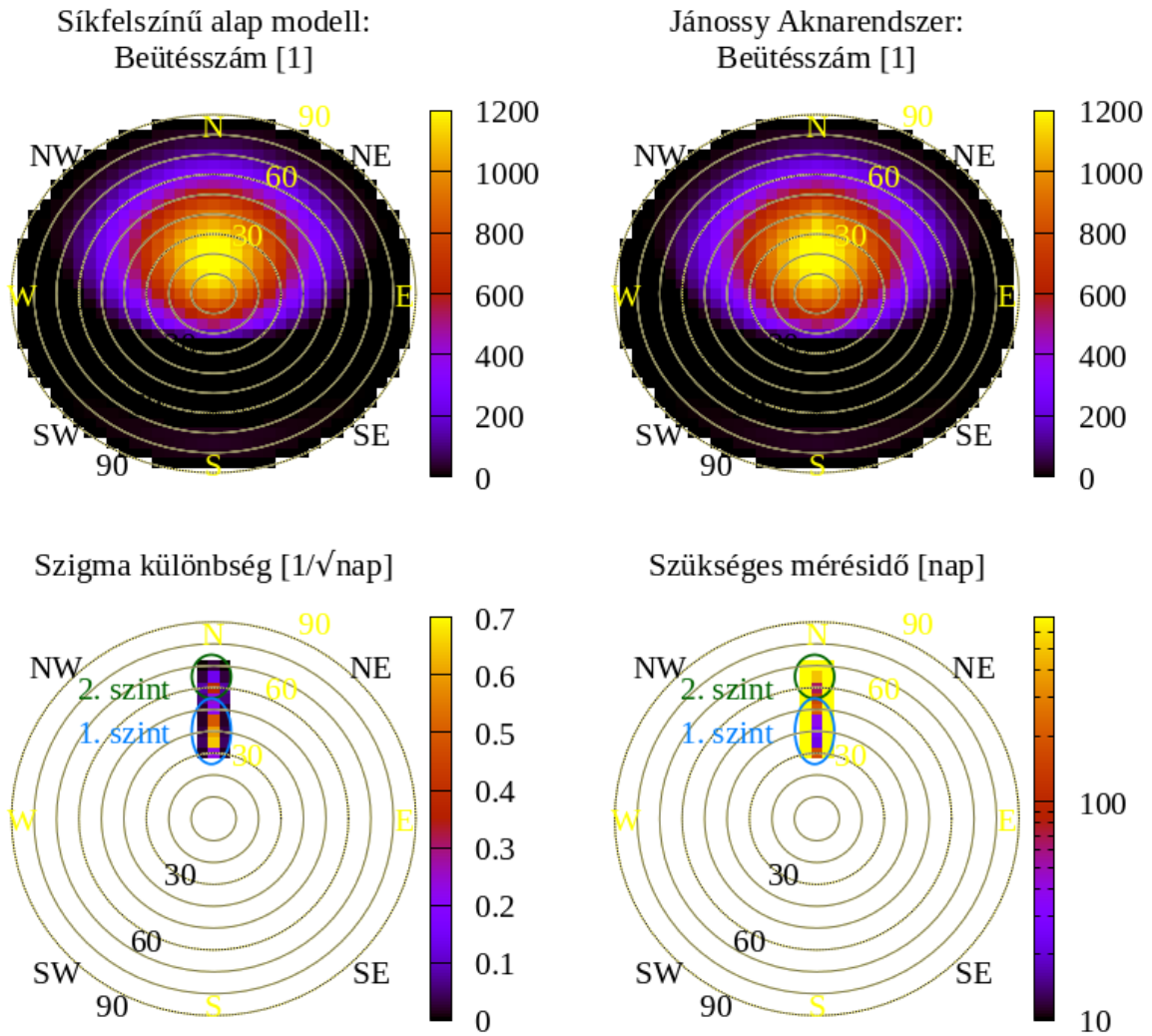
37. ábra. A Jánossy Lajos Földalatti Laboratórium általam használt egyszerűsített modellje. A szinteket hengerekkel közelíttem; a felszínt pedig síknak, az alapkőzetet homogénnek és  $\rho_{\text{alapkőzet}} = 2.2 \text{ g/cm}^3$  sűrűségűnek vettem. A detektor a 3. szint végétől  $1.565 \text{ m}$ -re volt helyezve,  $45^\circ$ -os szögben volt bedöntve.



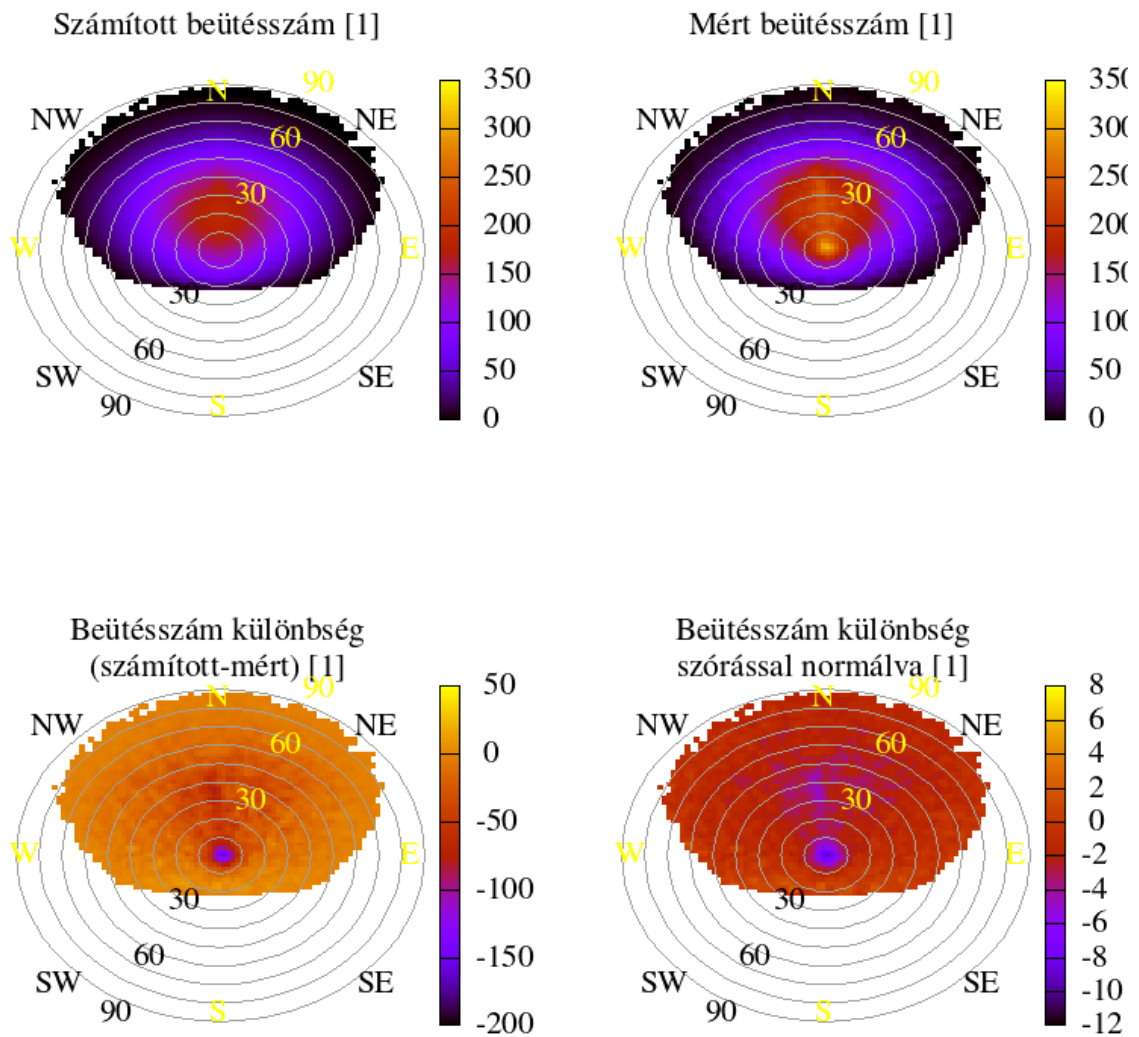
38. ábra. Ezen ábrásorozat mutatja meg, hogy milyen elemekből építettem fel az alapmodellt és az anomáliákat tartalmazó modellt, hogy mérésidőt tudjak becsülni, és össze tudjam hasonlítani a mért értékkel a modellezett beütésszámot. Látható, hogyha a harmadik szintet kivágom a felszínre számított közethosszból alacsonyabb lesz az érték, míg az első és kettes szint kisebb tartományokon okoz negatív irányú eltérést.



39. ábra. Az alapmodelljének (síkfelszín-harmadik szint) és az egyszerűsített Jánossy aknarendszer modelljének fluxusát és beütését hasonlítottam össze az anomáliákat képező első és második szint környékén 2D adatokból kivágott szeleteken. Látható, hogy a első és második szint sűrűség hossz csökkenést okoz környezetükben, ami az alapmodellhez képesti -5%-os eltérést jelent. Míg a fluxusban növekedést okoznak, ami számszerűsítve +8%-os többletet jelent.



40. ábra. Végül kiszámoltam a szükséges mérésidőt  $5^\circ$ -os felbontást használva, így jelentősen lecsökkent a szükséges mérésidő. Ebből is látszik, hogy fontos, hogy megvizsgáljuk, hogy adott anomália adott felbontással adott detektorral mennyi idő alatt mutatható ki.



41. ábra. Valós mérésidőre kiszámolt beütésszám a Jánossy Aknarendszer egyszerű modellje esetén, amit összehasonlítottam a valós mérés eredményével. A kétfajta összehasonlításból látszik, hogy a közelítések miatt van különbség. Főleg a felszín síknak való feltételezéséből. Illetve középen is megjelent egy kör alakú anomália, ami amiatt van, hogy a központi függőleges aknát nem építettem be modellembé.

### 3. Összefoglalás

A müográfia a másodlagos kozmikus sugárzásból származó müonok detektálásán alapuló roncsolásmentes képalkotási módszer, ami akár hegyméretű objektumok belső szerkezetének vizsgálatára is alkalmas. Ezen tudományterület dinamikusan fejlődésnek indult az elmúlt pár tíz évben mivel a részecskefizikai mérésekre használt detektortípusok egyre kompaktabbá és mobilissá váltak, így alkalmazhatóak terepi körülmények között. A müográfia változatos tudományterületeken jelenthet segítséget, kiegészítve a klasszikus mérés technikákat. Nemzetközi szinten több elismert kutatócsoport dolgozik a detektorfejlesztéseken, a méréseljárásokon, az adatfeldolgozás lépéseinek finomításán, az alkalmazhatóságának feltérképezésén.

Elsődleges feladatom volt, hogy egy általános modellt állítsak fel a müográfiai leképezésben a direkt probléma megoldására: ez a müonfluxusból a mérhető beütésszámra való konvertálást jelenti. Figyelembe kell venni a detektorspecifikus effektusokat, a változtatható detektorgeometriát és a használt rekonstrukciós algoritmust. A beütésszámok számításából tervezhetővé válik a statisztikus bizonytalanság, így lehetséges megválaszolni a méréstervezéssel kapcsolatos kérdéseket, különös tekintettel a mérésidőre.

Sikeresen felállítottam ezen általános modellt úgy, hogy bármilyen geometriájú detektor esetén alkalmazható legyen; akár felszíni vagy felszín alatti detektorról legyen szó. A modellem helyességét laboratóriumi mérésekkel való összevetéssel igazoltam.

Terepi mérésekkel való összehasonlításhoz az Esztramos-hegy bányarendszerében végzett mérésekből választottam, és igazoltam, hogy a modellem helytállóan jósolja a beütésszámokat, ami a keresett anomáliák méréstervezéséhez lesz használható.

Müográfiában méréstervezésnél a feltételezett anomália megfelelő megbízhatósági szintű kimutatásához szükséges mérési idők meghatározása kulcsfontosságú. A felállított modellemben ennek kiszámítását is elvégeztem, bemutattam működését és összevettem egy valós terepi méréssel.

Felszíni és földalatti gömb alakú anomálián mutattam be számítások működését, és összehasonlítottam kétféle kitöltőközeg esetén a minimális mérési időket. A bemutatott módszerrel tetszőleges geológiai model és anomália kombinációját lehet a későbbiekben vizsgálni.

Terepi igazolásként egy a Jánossy Lajos Földalatti Laboratóriumban végzett mérést számoltam ki, majd vettem össze a mért beütésszámokkal. Még az egyszerűsített geometriai modellel is meg tudtam határozni az első és második táró kimutatásához szükséges időt.

A jövőben ezzel a felállított teljes modell segítségével szeretnék konkrét területen elvégezni mérés optimalizálással kapcsolatos vizsgálatokat. Elsődlegesen a Királylaki-táróra vonatkozóan. Eredményeimet pedig publikálni szeretném egy tudományos újságban.

A modell adta méréstervezési részt tervezem a Csoport több új projektjében alkalmazni, valamint ami a direkt kimutatás mellett az inverziós rekonstrukciót is segítheti. Illetve tervezem szoftveresen kiegészíteni geológiai szempontból összetett objektumok (kőzetrétegek, üregek, feltöltések, ércetek, ..) kezelésére is.

## 4. Köszönetnyilvánítás

Köszönettel tartozom a HUN-REN Wigner Fizikai Kutatóközpont REGARD és Nagyenergiás Geofizikai Csoportjának, hogy az évek során bekapcsolódhattam egy nemzetközi szinten is elismert kutatási tevékenységükbe. Hogy több nélkülözhetetlen jártasságot szereztem szakterületemen. Első sorban két témavezetőmnek, Hamar Gergő csoportvezetőnek, és Balázs László professzornak szeretnék köszönetet mondani. Öröm volt két ekkora nagy tudással rendelkező szakembertől tanulni, és fejlődni mellettük. Igazi példaképek a számomra. Szeretném összes Kollégámnak is megköszönni, óriási nagy ösztönző hatással voltak mindnyájan rám. Nem utolsó sorban pedig Családomnak, hogy mindig támogattak céljaim elérésében.

A kutatást az OTKA-FK135349, ELKH-KT-SA-88/2021, NKFIH-TKP2021-NKTA-10, KSZF-144/2023 pályázatok támogatták.

## Hivatkozások

- [Alvarez 1970] L.W. Alvarez, J. A. Anderson, F. EI Bedwei, J Burkhard,  
"Search for hidden chambers in the pyramids"  
Science, vol. 167, pp. 832–839, 1970.
- [Akindov 2006] A. Akindov et al.  
"The MRPC detector for the ALICE time of flight system: Final design and performances"  
Nuclear Physics B, vol. 158, pp. 60-65, 2006.
- [Balázs 2024] L. Balázs, G. Nyitrai, G. Surányi, G. Hamar, G. G. Barnaföldi, D. Varga,  
"3-D muographic inversion in the exploration of cavities and low-density fractured zones"  
Geophysical Journal International, vol. 236, pp. 700-710, 2024.
- [Barna 2012] B. Barna,  
"A kozmikus sugárzás"  
BA Thesis, Fizika Intézet, Szegedi Tudományegyetem, Szeged, 2012.
- [Charpak 1970] G. Charpak,  
"Evolution of the Automati Spark Chambers"  
Annual Review of Nuclear Science, vol. 20, pp. 195-254, 1970.
- [Esztramos 1] <https://vasaltutakesztramoson.hu/esztramos-foldtani-felepitesi>  
(Accessed: May, 19, 2024).
- [Esztramos 2] <https://vasaltutakesztramoson.hu/esztramos-barlangjai>  
(Accessed: May, 19, 2024).
- [Fenyvesi 2021] E. Fenyvesi, G. G. Barnaföldi, D. Molnár, P. Ván,  
"Jánossy Underground Research Laboratory"  
in 17th International Conference on Topics in Astroparticle and Underground Physics,  
TAUP 2021, Madrid, Spain, August 26 - September 3, 2021.  
Available: <https://indico.ific.uv.es/event/6178/contributions/15980/>
- [George 1955] E.P. George,  
"Cosmic rays measure overburden of tunnel"  
Commonwealth Engineer, vol. 42, pp. 455-457, 1955.
- [Hamar 2022] G. Hamar, H. K. M Tanaka, L. Oláh, D. Varga, G. Nyitrai, Sz. J. Balogh, Á.  
Gera,  
"Gaseous tracking detectors at the sakurajima muography observatory"  
J. Phys.: Conf. Ser., vol. 2374, 012188, 2022.
- [Hamar 2022] G. Hamar, G. Sur anyi, D. Varga, G. Nyitrai, L. Ol ah, A. Gera, Sz. J. Balogh,  
G. G. Barnaföldi,  
"Underground muography with portable gaseous detectors"  
J. Phys.: Conf.Ser., vol. 2374, 012186, 2022.
- [Hess 1912] V. F. Hess,  
"Measurements of the Penetrating Radiation During Seven Balloon Flights"  
Available: <https://arxiv.org/abs/1808.02927v2>, (Accessed: May, 19, 2024).

- [JUNLAB] “Innovatív Detektorfejlesztő Lendület Kutatócsoport” Regard-Wigner,  
[https://regard.wigner.hu/Infrastruktura/Foldalatti\\_Laboratorium/?lang=eng](https://regard.wigner.hu/Infrastruktura/Foldalatti_Laboratorium/?lang=eng)  
 (Accessed: May, 19, 2024).
- [Karátson 2014] D. Karátson,  
 Vulkanológia II.  
 Budapest: ELTE Eötvös Kiadó, 2014.
- [Matsushima 2020] N. Matsushima, M. Utsugi, S. Takakura, T. Yamasaki, M. Hata, T. Hashimoto, M. Uyeshima,  
 "Magmatic–hydrothermal system of Aso Volcano, Japan, inferred from electrical resistivity structures"  
 Earth Planets Space, vol. 72, 57, 2020.
- [Mendoza 2021] R. Mendoza, J. Rey, J. Martínez, M.C. Hidalgo, S. Sandoval,  
 "Geophysical characterisation of geologic features with mining implications from ERT, TDEM and seismic reflection (Mining District of Linares-La Carolina, Spain)"  
 Ore Geology Reviews, vol. 139, 104581, 2021.
- [Nagahara 2022] S. Nagahara, S. Miyamoto, K. Morishima, T. Nakano, M. Koyama, Y. Suzuki,  
 "Three-dimensional density tomography determined from multi-directional muography of the Omuroyama scoria cone, Higashi–Izu monogenetic volcano field"  
 Bull. Volcanol., vol. 84, 94, 2022.
- [Nyitrai 2021] G. Nyitrai, G. Hamar, D. Varga,  
 "Toward low gas consumption of muographic tracking detectors in field applications"  
 Journal of Applied Physics, vol. 129, 244901, 2021.
- [Nyitrai 2021] G. Nyitrai, G. Hamar, D. Varga,  
 "Low gas consumption in tracking detectors for outdoor applications"  
 J. Phys.: Conf. Ser., vol. 2374, 012181, 2021.
- [Nyitrai 2024] G. Nyitrai,  
 "Particle physics detector development and application for muography"  
 Ph.D. dissertation, Fizikai Tudományok Doktori Iskola, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Budapest, 2023.
- [Oláh 2012] L. Oláh, G. G. Barnaföldi, G. Hamar, H. G. Melegh, G. Surányi, D. Varga,  
 "CCC-based muon telescope for examination of natural caves"  
 Geosci. Instrum. Method. Data Syst., vol. 1, pp. 229-234, 2012.
- [Oláh 2012] L. Oláh, G. G. Barnaföldi, G. Hamar, H. G. Melegh, G. Surányi, D. Varga,  
 "CCC-based muon telescope for examination of natural caves"  
 Geosci. Instrum. Method. Data Syst., vol. 1, pp. 229–234, 2012.
- [Oláh 2019] L. Oláh, Hiroyuki K.M. Tanaka, T. Ohminato, G. Hamar, D. Varga,  
 “Plug Formation Imaged Beneath the Active Craters of Sakurajima Volcano With Muography”  
 Geophysical Research Letters, vol. 46, pp. 10417-10424. 2019.

- [Pittard 2007] K. Pittard, B. Bourne,  
 "The Contribution of Magnetite to the Induced Polarisation Response of the Centenary Orebody"  
 Exploration Geophysics, vol. 38, pp. 200-207, 2007.
- [Poland 2022] M. P. Poland, H. A. Zebker,  
 "Volcano geodesy using InSAR in 2020: the past and next decades"  
 Bull. Volcanol., vol. 84, 27, 2022.
- [Procureur 2023] S. Procureur, K. Morishima et al.  
 "Precise characterization of a corridor-shaped structure in Khufu's Pyramid by observation of cosmic-ray muons"  
 Nature Communications, vol. 14, 1144, 2023.
- [Rábóczy 2024] B. Rábóczy,  
 "Az Esztramos-hegy belső szerkezetének feltérképezése müográfiai módszerekkel"  
 MA Thesis, Geofizikai és Űrtudományi Tanszék, Eötvös Loránd Tudományegyetem, Budapest, 2024.
- [Saracino 2017] G. Saracino, L. Amato, F. Ambrosino, G. Antonucci,  
 "Imaging of underground cavities with cosmic-ray muons from observations at Mt. Echia (Naples)"  
 Sci. Rep., vol. 7, 1181, 2017.
- [Sauli 1977] F. Sauli,  
 "Principles of operation of multiwire proportional and drift chambers"  
 CERN, Geneva, Tech. rep., CERN-77-09, 1977.
- [Schouten 2018] D. Schouten, P. Ledru,  
 "Muon Tomography Applied to a Dense Uranium Deposit at the McArthur River Mine"  
 Journal of Geophysical Research: Solid Earth, vol. 123, pp. 8637-8652, 2018.
- [Simonyi 1981] K. Simonyi,  
 A fizika kultúrtörténete. 2nd ed.  
 Budapest: Gondolat Kiadó, 1981.
- [Solas 2007] F. B. Solas,  
 "Bringing particle physics to life: build your own cloud chamber"  
 Science in School, Issue 14, pp. 36-40, 2007.
- [Surányi 2016] G. Surányi, G. Molnár, G.G. Barnaföldi, G. Hamar, H.G. Melegh, L. Oláh, D. Varga,  
 "Locating of density anomalies using highly penetrating cosmic muons"  
 Karsztfejlődés, vol. 21, pp. 203-216, 2016.
- [Stefán 2022] B. A. Stefán,  
 "Müográfiai direkt probléma modellezése"  
 BA Thesis, Fizikai és Csillagászati Intézet, Eötvös Loránd Tudományegyetem, Budapest, 2022.
- [Szakáll 1997] S. Szakáll, G. Papp, Ed.,  
 Az Esztramos-hegy ásványai.  
 Topographia Mineralogica Hungariae, vol. 5, pp. 131-144. (1997)

- [Szentpétery 2006] I. Szentpétery, Gy. Less, Ed.,  
Az Aggtelek-Rudabányai-hegység földtana, Magyarország tájegységi térképsorozata.  
Budapest: Magyar Állami Földtani Intézet, 2006.
- [Tioukov 2023] V. Tioukov et al.,  
"Hidden chamber discovery in the underground Hellenistic necropolis of Neapolis by  
muography"  
Sci. Rep., vol. 13, 5438, 2023.
- [Varga 2011] D. Varga, G. Hamar, G. Kiss,  
"Assymmetric Multi Wire Proportional Chamber With Reduced Mechanical Tolreances"  
Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A, vol. 648, pp. 163-167, 2011.
- [Varga 2016] D. Varga, G. Nyitrai, G. Hamar, L. Oláh,  
"High efficiency gaseous tracking detector for cosmic muon radiography"  
Advances in High Energy Physics, vol. 2016, Article ID 1962317, 2016.
- [Völgyesi 2023] L. Völgyesi, et al.,  
"A pre-earthquake signal detection by the Eötvös torsion balance"  
in Smart Geotechnics for Smart Societies, 1st ed., CRC Press, 2023.  
Available: <https://doi.org/10.1201/9781003299127>